11-mavzu: Darsda yechiladigan misollar

1-misol. Agar *E* - ayniy almashtirish bo’lsa, u holda f E = E f = f,



54-chizma

E(M) = M, va f(M)=M', u holda M  M'va MM'

2-misol. Agar f2 = f1-1bo’lsa, u holda har bir M nuqta uchun f1f1-1kompozitsiya ayniy almashtirish bo’ladi.

3-misol. f1- *d* to’g’ri chiziqqa nisbatan simmetrik almashtirish f2 *- d* to’g’ri chiziqqa perpendikulyar  vektor qadar parallel ko’chirish (54-chizma) bo’lsin. f2·f1≠f1⋅f2 bo’lishini isbotlang.

4-misol. Shaxmat donalari *X* to’plam va shaxmat taxtasidagi kataklari *Y* to’plam berilgan bo’lsin. Shaxmat donalarini taxtaga terish *f1* bilan *X* to’plamni *Y* to’plamga akslantirish o’rnatiladi,

ya’ni *f1:X→Y.*

*f:X→Y* akslantirishning muhim xususiy hollari bilan tanishamiz.

1. Agar ixtiyori *x1, x2∈X* elementlar uchun *x1≠x2→f(x1)≠f(x2)* bo’lsa, u holda *X* to’plamni *Y* to’plam ichiga akslantirish yoki in’ektsiya deyiladi.

5-misol. Yarim aylanani *X* to’plam deb, yarim aylana diametri orqali o’tuvchi to’g’ri chiziqni *Y* to’plam deb olaylik (48-chizma). *f2*-qoida deb *X* to’plam nuqtalarini *Y* to’plam nuqtalariga ortogonal proektsiyalarini olsak *X* to’plam *Y* to’plam ichiga bir qiymatli akslanadi.













49-chizma

.

.

.

.













50-chizma

.

.

.

2. Agar *f* akslantirishda obrazlar to’plami *Y* to’plamdan iborat bo’lsa, ya’ni *f(X)=Y* bo’lsa, u holda *f:X→Y* akslantirish *X* to’plamni *Y* to’plam ustiga akslantirish yoki *syur’ektsiya* deyiladi.

48-chizma

Ya’ni *f* akslantirishda *Y* to’plamning har bir *y* elementi *X* to’plamning biror *x* elementining aksi (obrazi) bo’lsa *f* akslantirishni *X* to’plamni *Y* to’plam ustiga akslantirish yoki *syur’ektsiya* deyiladi.

6-misol*. σ*- tekislikda *d* to’g’ri chiziq berilgan. Tekislikning har bir *M* nuqtasiga uning *d* to’g’ri chiziqdagi ortogonal proektsiyasi *M1*nuqtani mos qo’yamiz. Natijada *f3:σ→d* akslantirishga ega bo’lamiz. *f3* akslantirish *syurektsiya* bo’ladi, chunki *d* to’g’ri chiziqning har bir nuqtasi proobrazga (asliga) ega (49-chizma).

3. Agar *f:X—>Y* akslantirish bir vaqtda ham *inektiv* ham *syurektiv* bo’lsa, u holda *f* akslantirishni *o’zaro bir qiymatli* akslantirish yoki *biektiv* akslantirish deyiladi.

7-misol. Tekislikda *O* markazli, *r* va *R* radiusli ikkita konsentrik aylanalar berilgan bo’lsin. (50-chizma). *r* radiusli aylananing nuqtalar to’plamini *X, R* radiusli aylananing nuqtalar to’plami *Y* bo’lsin.

*f1*qoida sifatida *O* nuqtadan chiquvchi nurlarni olaylik. *X* to’plamning har bir *M* nuqtasi *Y* to’plamning *OM* nurida yotuvchi *M1* nuqtasiga mos keladi. Natijada *f:X—>Y* akslantirishga ega bo’lamiz. Bu akslantirish o’zaro bir qiymatli akslantirish bo’ladi.











.

.

51-chizma

*f:X → Y* biektiv akslantirish bo’lsin.

8-misol. Yo’nalishli *σ* tekislikda *S(0,r)* aylana berilgan bo’lsin. *ϕ -* yo’nalishli burchak *-π<ϕ<π, f:S→S* aylanani o’z-o’ziga akslantirishni olaylik.

 *f* akslantirish *O* nuqta atrofida *ϕ* burchakka burishdan iborat, bunda har bir *M* nuqtani *O* nuqta atrofida *<MOM1 = ϕ* burchakka burib *M1* nuqtaga mos qo’yiladi.

1-masala. *σ* tekislik nuqtalarini shu tekislik nuqtalariga almashtiraylik.

Tekislikda *O* nuqta berilgan bo’lsin. Tekislikning har bir *M* nuqtasini *O* nuqtaga nisbatan simmetrik *M1* nuqta topiladi. Shunday qilib *f:σ→σ* almashtirishga ega bo’lamiz. (52-chizma).

















52-chizma



.

.

.

.

.

.

3. Tekislikdagi barcha almashtirishlar to’plamini *G* bilan belgilaylik. Bu to’plamga qarashli ixtiyoriy ikkita



.

.





f1

f2

f=f2f1

53-chizma

.

f1 , f2∈G almashtirishlarni olaylik. Bunda f1 almashtirish M nuqtani f1(M)=M' nuqtaga, f2 almashtirish M’ nuqtani f2(M’)=M’’ nuqtaga o’tkazsa (53-chizma), u holda f1 va f2 almashtirishlar M ni M’’ o’tkazuvchi yangi bir f(M)=M’’ almashtirishni hosil qiladi.

9-misol. Yo’nalishli *σ* tekislikda *S(0,r)* aylana berilgan bo’lsin. *ϕ -* yo’nalishli burchak *-π<ϕ<π, f:S→S* aylanani o’z-o’ziga akslantirishni olaylik.

 *f* akslantirish *O* nuqta atrofida *ϕ* burchakka burishdan iborat, bunda har bir *M* nuqtani *O* nuqta atrofida *<MOM1 = ϕ* burchakka burib *M1* nuqtaga mos qo’yiladi.

