**39- Mavzu: Kvadrikaning markazi va tasnifi .Uch ulchovli Yevklid fazosidagi kvadrikalar.**

**Darsning rejasi va maqsadi**

1. Kvadrikaning markazi.

2. Kvadrikaning tasnifi.

* **Maqsadi :** Kvadrika tushunchasi, Kvadrikaning markazi, Kvadrikaning tasnifi, Uch ulchovli Yevkiled fazosidagi kvadrikalar xaqida tasavvurlar hosil qilish.

Kesmaning urta nuktasi affin almashtirishda shu kesma obrazi ning urta nuktasiga utadi, shunga asoslanib da kvadrikaning simmetriya markazi tushunchasini kiritish mumkin.

T a ‘ r i f. Kvadrikaning xar bir nuktasiga uning biror S nuktaga nisbatan simmetrnk nuktasi mavjud bulsa, S nukta kvadrikaning simmetriya markazi deb ataladi.

Masalan, dagi reierda kanonik tenglamasi bilan beril­gan ellipsoid, bir va ikki pallaln giprboloidlar uchun   
koordinatalar boshi simmetriya markazidir.

Kvadrika (1)   
tenglama bilan berilsa, uning simmetriya markazi koordinatalar boshida bulsa, uning tenglamasi shu reierda (1) lar boshidan iborat va, aksincha, kvadrikaning markazi koor-kurinishda buladn. Xaatan xam,   
 M(, ,... )€(1)=>  
=> M(, ,... )€ (1)

M M ' kesmaning urta nuktasi O (0, 0, . . . , 0) dir, chunki kesmaning uchlari uning urta nuktasiga nisbatan simmetrik joylashgan. Bundan, tenglamalari ix —- 0, = 0, =0 . . . , = 0 dan iborat (n — k) ulchovli tekislikning barcha nutalari (1) tenglama   
bilan aniklanadigan kvadrikaning simmetriya markazi buladi deb chiaramiz. Xususiy xolda k = n bulsa, simmetriya markazlari tuplami nolь ulchovli tekislik bulib, fakat bitta nuktadan, u xam bulsa, koordinatalar boshidan iborat.

U vaktda kvadrika fa­kat bitta simmetriya markaziga ega bulib, u markazli kvadrika deb ataladi.  
  
Endi kvadrikaning tenglamasi = 0 ( 2) kurinishda berilgan bulsa, bu kvadrika markazining mavjudligi masalasiga tuxtalaylik.

Kvadrika = 0 (3) ko’rinishdagi (bunda ifoda n uzgaruvchili kvadratik forma) tenglama bilan berilsa, uning simmetriya markazi koordina­talar boshidan iborat.

Endi (2) kurinishga mos xolni kuraylik. Faraz ilayli, S (, ,…,) nuta (2) kvadrikaning simmetriya markazi bul­sin, Reper boshini shu nuktaga kuchiramiz, bazis vektorlarning yunalishini esa caab olamiz :   
+ , = + , … , =+ (4)  
Bularni (2) ga uyib, soddalashtirsak,  
+ ( 2+2 + … +2) + …+ ( 2+2 + … +2 + 2 ) (5)  
bunda ifoda , , . . . , uzgaruvchili kvadratik forma, - barcha ozod sonlarning algebraik yigindisi. Koordinatalar boshi kvadrikaning simmetriya markazi bulishi uchun (5) tenglama (3) kurinishni olishi kerak, ya’ni birinchi darajali xadlarning barcha koeffitsientlari bir vatda nolga teng bulishi yetarli va zarurdir:  
+ + … = -   
+ + … = - (6)  
 ………..  
+ + … = -

Demak, kvadrika simmetriya markazining , ,…, koordinatalari (6) ni anoatlantirishi kerak, demak, kvadrika markazi­ning mavjudligi masalasi (6) sistemaning yechimiga bogli; uyidagi determinantni araylik:  
1. (6) sistema yagona yechimga ega, kvadrika bitta simmet­riya markaziga ega; markazli deb atalgan kvadrika xosil ilinadi.  
2. va (6) sistema cheksiz kup yechimga ega bulsa, kvadri­  
kaning simmetriya markazlari xam cheksiz kup buladi (bunday   
nuktalar tuplami k ulchovli tekislik buladi).  
3. = 0 va (6) sistema birgalikda bulmasa, kvadrika bit­  
ta xam simmetriya markaziga ega emas. Keyingi ikki xolda   
kvadrika markazsiz deb ataladi.  
 E s l a t m a . (6) sistemaning birinchi tenglamasiga dikkat bi­  
lan arasak,u Q: + … + + + + … + + 2 + 2 + … + + (7) tenglamadan buyicha (olgan , , … , larni doimiy deb olinsa) olingan xosiladan, ikkinchi tenglama esa (7) dan buyicha olingan.

Kvadrikaning tasnifi  
  
 n ulchovli affin fazodagi kvadrikaning (7) kurinishdagi   
  
tenglamasini affin reperni maxsus tanlab olish yuli bilan  
 I. ++ ...+=1 ,k, =  
  
II. ++ ...+=0 ,k, =1 (8)  
  
III. . +  
   
 kurinishdagi uchta tenglamaning biriga keltirish mumkin. Xech anday   
affin almashtirish bilan bu tenglamalardan birini ikkinchisiga utkazib bul maydi, demak, ular uzaro affin ekvivalent sinflar emas.   
  
SH u tenglamalarning xar birini ayrim-ayrim kurib chikaylik

1. ++ ...+=1 ,k,   
 k=n da  
  
. ++ ...+ =1 (9)  
  
1- x o l. ==…==1 uchun  
 ++ ...+=1 (10)  
xosil ilinib, kvadrika ellipsoid deb ataladi (n= 3 da dagi   
ellipsoid).  
  
2- x o l . ==…=1; bulsa, (9) => da bu tenglamani anoatlantiruvchi birorta xaiy nuta yu, bu xolda (10) tenglama mavxum ellipsoidni anilaydi deymiz.  
  
3- xol. ==…==1 , ==...= =-1;  
bu xolda (9) tenglama bilan anilanadigan kvadrika n — t   
indeksli giperboloid deb ataladi (n= 2 x,ol yuz bersa, = 1,   
 = — 1 yoki = —1, = 1 da kvadrika tekislikdagi giperbolani   
ifoda iladi, n = 3 da ye,, ye2, ye3 dan bittasi — 1 ga teng bulsa,   
kvadrika bir pallali giperboloidы i, , , dan ikkitasi — 1   
ga teng bulsa, kvadrika ikki pallali giperboloidni anilaydi).   
Endi k < n bulgan xolni kuraylik.

++ ...+ =1. (11)  
Ma’lumki, bu kurinishdagi tenglama simmetriya markazlari   
(n — 1) ulchovli koordinata tekisligidan iborat bulgan sirtni ifo­da iladi, bunday kvadrika da tsilindrik sirt deb ataladi.  
  
1-xo l . ==…==1 (11) tenglama ++ ...+=1 (12) ko’rinishni oladi va k ulchovli tekislikdagi ellipsoidni aniklab, fazoda esa asosi shu ellipsoiddan, yasovchilari

(n — k) ulchovli tekislikdan iborat elliptik tsilindrni beradi. n = 3, k = 2 da esa da yasovchьlari biror koordinata uiga parallel elliptik tsilindrni anilaydi.  
  
2-x o l; = =…==-1 uchun ++ ...+=-1; bu tenglama birorta xam xaiy nutaga ega bulmagan kvadrikani anilab, uni mavxum tsilindr deyiladi.  
  
3- xol. = =…==1 , ==...= =-1 uchun (13)  
++ ...=1  
Bu tenglama k ulchovli tekislikda (k — t) indeksli giperboloidni aniklab, uning x>ar bir nu^tasidan (n — k) ulchovli tekislik utadi.

Bunday kvadrikani Ap da (k — t) indeksli giperbolik tsilindr deb   
ataladi; uning yasovchilari (n — k) ulchovli tekislikdan iborat  
II. ++ ...+ =0.   
Bu tenglama bilan aniklangan kvadrikaning simmetriya   
markazi koordinatalar boshida bulib, bu nukta kvadrikaga   
tegishlidir.   
k =n bulsin.  
1- x ol ==…= bulsa, (14) =► ++ ...+=0   
 tenglama bilan aniklanadigan kvadrika mavxum konus deb ataladi, bu konus fakat bitta xakikiy nuktaga ega buladi (koordina­talar boshi O).  
2- xol. ning barchasi bir xil ishorali bulma-   
sa, kvadrika konus deb ataladi, demak, konus markazli sirtdir.Uning markazi konusning uchi deb ataladi. SHunisi izikki, bu konusga tegishli biror T nuktani olsak, OT tugri chizikning (O — konusning markazi) barcha nuktalari xam konusga tegishli buladi; bu tugri chizik konusning yasovchisi deb ataladi.  
Endi k < n xolni tekshiraylik.

1- xo l . ==…= (14) tenglama

+ ...+  
kurinishni oladi; bu tenglama bilan aniklanadigan kvadrika xam mavxum konus deb yuritiladi. Lekin bu tenglamani da karasak, bu kvadrika (n — k) ulchovli tekislikning barcha nuktalarini uz ichiga oladi

(chunki N (0, 0,. ., 0, , . . . , ) kurinishdagi barcha nuktalarning koordinatalari (15) tenglamani kanoatlantiradi). Bunday konus uchi (n — k)   
ulchovli tekislikdan iborat mavxum konus deb ataladi.  
2- x o l . ,…, ning barchasi bir xil ishorali bulmasa (masalan, t tasi +1 bulsa), u xolda (14) tenglama bilan anik-   
lanadigan kvadrikani (k — t) indeksli, uchi (n — k) ulchovli tekis­likdan iborat konus deb ataladi. Nixoyat, (8) dagi uchinchi tenglamani tekshiraylik:

++ ...+ =2 (16)  
k = n — 1. 1- xo l . ==…=; (16) tenglama bilan  
aniklanadigan kvadrika elliptik paraboloid deb ataladi

( n=3 bulsa, (16) tenglama += 2 kurinishda bulib, dagi ellip­tik paraboloidni ifodalaydi).  
2- xol . ,…,ning barchasi bir xil ishorali bul-  
masa (masalan, t tasi +1 bulsa), u xolda (16) tenglama bilan   
aniklanadigan kvadrika (k — t) indeksli giperbolik paraboloid deb ataladi.

k — 2. U xolda (16) tenglama O nukta va

, , . . . ,   
 vektorlar bilan aniklanadigan tekislikda biror paraboloid­  
ni aniklaydi. da karasak, bu kvadrikaga (n — k — 1) ulchovli tekislik kiradi, anikrogi N nukta paraboloidga tegishli bulsa, u xolda boshlari shu nuktadagi , … , vektorlar bilan aniklanuvchi tekislik shu paraboloid tarkibida buladi.

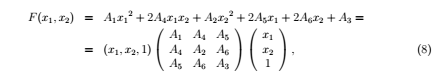
Bu xolda (16) kvadrika yasovchilari ( k — 1) ulchovli tekislikdan iborat parabolik tsilindr deb ataladi. Bu kvadrikaning indeksi ( n— t) bulsa, u mos ravishda (n — t) indeksli parabolik tsilindr deb ataladi.  
 M i s o l: + +4 -4 da tenglama bilan aniklanuvchi kvadrikaning turini toping.

Uch ulchovli yevklid fazosidagi kvadrikalar  
  
 p ulchovli affin fazodagi kvadrikalar tasnifi bilan mufassil tanishdik. Uch ulchovli affin fazoda 17 xil   
kvadrikaning borligini oshkor kilish osondir. (8) dagi   
tenglamalarda k ni 1, 2, 3 sonlar deb olinsa 17 ta xar xil   
tenglama xosil kilamiz.  
SH u kvadrikalarni uch ulchovli yevklid fazosida karasak,   
dekart reperini kulay tanlab olish yuli bilan ;ularning   
tenglamalarini kuyidagi jadvalda kursatilgandek kilib   
yozish mumkin (uzgaruvchilarni ii i2, щ bilan emas, balki   
eskicha belgilashimizga mos ravishda x, u, z deb olamiz

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Квadrikaning sodda tenglamasi | Kvadrikaning nomi |
| 1 | + + =1 | ELLIPSOID |
| 2 | + + =-1 | mаvxum ellipsoid |
| 3 | + - =1 | bir pаllаli giperboloid |
| 4 | - - =1 | ikki pаllаli giperboloid |
| 5 | + + =0 | mаvxum konus |
| 6 | + - =0 | uchi koordinаtаlаr boshidа bulgаn  konus |
| 7 | + =1 | elliptik tsilindr |
| 8 | + =-1 | mаvxum tsilindr |
| 9 | - =1 | mаvxum tsilindr |
| 10 | + =0 | Oz uk buyichа kesishuvchi 2 tа mаvxum tekisl |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Kvаdrikаning soddа tenglаmаsi | Kvаdrikаning nomi |
| 11 | - =0 | ikkitа kesishuvchi tekislik |
| 12 | =1 | ikki uzаro pаrаllel tekislik |
| 13 | =-1 | ikki mаvxum uzаro pаrаllel te­  kislik |
| 14 | =0 | ikki mаvxum uzаro pаrаllel te­  kislik |
| 15 | + =2z | ikki mаvxum uzаro pаrаllel te­  kislik |
| 16 | - =2z | ikki mаvxum uzаro pаrаllel te­  kislik |
| 17 | =2z | ikki mаvxum uzаro pаrаllel te­  kislik |

Konus kesmlari ikkinchi tartibli chiziqlar bo’lib ularni umumiy tenglamasini quyidagi kvadratik forma yordamida ifodalasa bo’ladi.



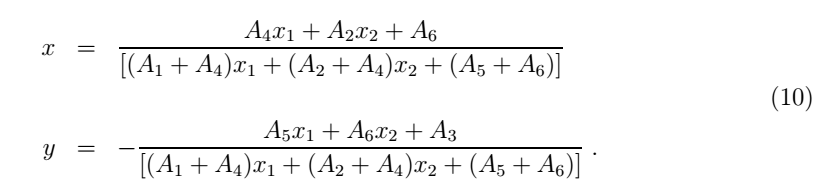
Bunda ikkinchi tartibli chiziqning turi diskremenantning ishorasi bilan aniqlanadi.

Yuqoridagi kvadrikaning koffetsientlaridan tuzilgan matritsani A bilan belgilaymiz va uni determinanti quyidagicha aniqlanadi 

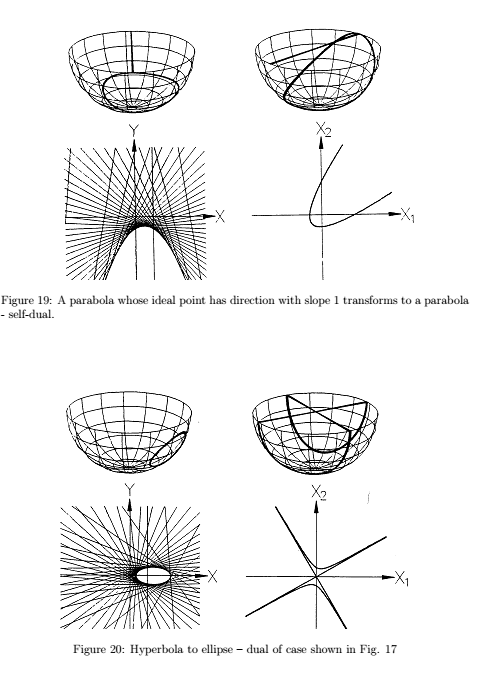
Ikkinchi tartibli chiziq uchun  n – darajali kupxad uchun o’rinli bo’lgan

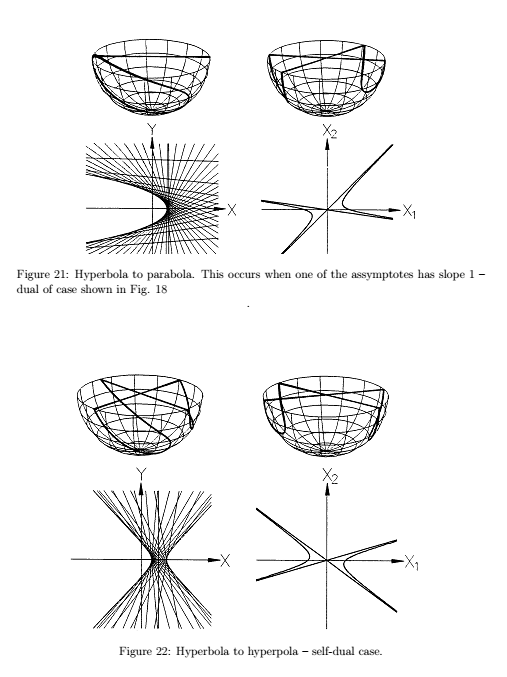
  ayniyatdan foydalanamiz

u xolda quyidagilarga ega bo’lamiz[[1]](#footnote-1)



**Konus kesmlarning klassifikatsiyasi**





1. PARALLEL COORDINATES : VISUAL Multidimensional Geometry and its Applications Alfred Inselberg, mazmun – mohiyatidan foydalanildi

   (2004) [↑](#footnote-ref-1)