37- MAVZU : NORMAL KO'RINISHDAGI KVADRATIK FORMA.MUSBAT ANIQLANGAN KVADRATIK FORMA.ORTOGONAL ALMASHTIRISH YO'LI BILAN KVADRATIK FORMANI KANONIK KO'RINISHGA KELTIRISH.

REJA:

1.Normal ko'rinishdagi kvadratik forma.

2.Musbat aniqlangan kvadratik forma.

3.Ortogonal almashtirish yo'li bilan kvadratik formani kanonik ko'rinishga keltirish.

Maqsadi : Normal ko'rinishdagi kvadratik forma, musbat aniqlangan kvadratik forma xaqida tasavvurlar hosil qilish.

Faraz qilaylik $\varphi(\vec{x}, \vec{x})$ kvadratik forma kanonik ko'rinishga keltirilgan bo'lsin ,ya'ni

$$\varphi(\vec{x}, \vec{x}) = a_{11}{x_1}^2 + a_{22}{x_2}^2 + \ldots + a_{nn}{x_n}^2 \qquad (1)$$

Kvadratik formani kanonik ko'rinishga keltirganimizda uning matritsasi ham o'zgaradi .

$$\text{rang}M = \text{rang}M_1$$

Bunda M berilgan forma matritsasi , M_1 esa shu kvadratik formani Kanonik holga keltirgandagi matritsasi . Agar M ning rangi r bo'lsa (r$\leq n$) M_1 ning ham rangi r bo'lib , M_1 dioganilida noldan farqli r ta element bo'ladi. Endi $\varphi(\vec{x}, \vec{x})$ quyidagi kanonik ko'rinishni oladi:

$$\varphi(\vec{x}, \vec{x}) = a_{11}{x_1}^2 + a_{22}{x_2}^2 + \ldots + a_{nn}{x_n}^2 \qquad (2)$$

Bu kvadratik formadagi a_{11} koeffitsientlar musbat va manfiy haqiqiy sonlardan iborat bo'lishi mumkin.Faraz qilaylik, shu koeffitsientlardan k tasi musbat,qolganlari manfiy bo'lsin,ya'ni

$$\varphi(\vec{x}, \vec{x}) = b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + \ldots + b_{kk}x_k^2 - b_{k+1,k+10}x_{k+1}^2 - \ldots - b_{rr}x_r^2$$

Bunda b_{ij}>0, i=1,2,…,r . Quyidagi chiziqli almashtirishni bajaramiz :

$$x_1 = \frac{1}{\sqrt{b_{11}}}\,y_1,\ x_2 = \frac{1}{\sqrt{b_{22}}}\,y_2, \ldots,\ x_r = \frac{1}{\sqrt{b_{rr}}}\,y_r.$$

Natijada φ=y_1^2+y_2^2+…+$y_k^2 - y_{k+1}^2 - \cdots - y_r^2$(3) kvadratik formaning bunday ko'rinishi uning normal ko'rin ishi deyiladi.

Teorema: Kvadratik formani qaysi usul bilan kanonik ko'rinishga keltirishdan qatiy nazar uning musbat va manfiy indekslari o'zgarmasdir ,yani bu indekslar kvadratik formaning qaysi bazisda olinishiga bog'liq emas.

Isbot: φ biror bazisda (3) ko'rinishda boshqa bazisda esa

$$\varphi = z_1^2 + z_2^2 + \ldots + z_m^2 - z_{m+1}^2 - \cdots - z_r^2 \quad (4)$$

bo'lsin k=m ekanligini isbotlasak maqsadga erishamiz

Endi k$\neq m$ bo'lsin yani k$> m$ .o'zgaruvchilarni almashtirish formulalari quyidagicha bo'ladi

$$\begin{aligned} z_1 &= p_{11}y_1 + p_{12}y_2 + \ldots + p_{1n}y_n \\ z_2 &= p_{21}y_1 + p_{22}y_2 + \ldots + p_{2n}y_n \qquad (5) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ z_n &= p_{n1}y_1 + p_{n2}y_2 + \ldots + p_{nn}y_n \end{aligned}$$

bo'lib bu aynimagan almashtirishdan iborat dedik . (5) qiymatlarini (4) ga qo'ysak , (3) hosil bo'ladi , yani $z_1, z_2, \ldots, z_n$ lar hosil bo'ladi .

Quyidagi yordamchi bir jinsli tenglamalar sistemasini tuzamiz

$$\begin{aligned} p_{11}y_1 + p_{12}y_2 + \ldots + p_{1k}y_k &= 0 \\ p_{21}y_1 + p_{22}y_2 + \ldots + p_{2k}y_k &= 0 \qquad (6) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ p_{m1}y_1 + p_{m2}y_2 + \ldots + p_{mk}y_k &= 0 \end{aligned}$$

k$> m$ bo'lgani uchun bu sistemada tenglamalar soni nomalumlar sonidan kamdir demak bu $siste$ma nol bo'lmagan yechimga ega .

Tarif: $\vec{x} \neq \vec{0}$ holdagi barcha $\vec{x}$ Vektorlar uchun $\varphi(\vec{x}, \vec{x})$ kvadratik forma doimo musbat bo'lsa bu kvadratik forma musbat aniqlangan deb ataladi .

Tarif : Agar

$$x_1 = b_{11}z_1 + b_{12}z_2 + \ldots + b_{1n}z_n$$
$$x_2 = b_{21}z_1 + b_{22}z_2 + \ldots + b_{2n}z_n$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$x_n = b_{n1}z_1 + b_{n2}z_2 + \ldots + b_{nn}z_n$$

Chiziqli almashtirishda z vector nolga teng emas va unga mos $\vec{x} \neq \vec{0}$ vektorni bog'lovchi $\vec{x} =$r $\overrightarrow{z}$ munosabat o'rinli bo'lsa $\vec{x}$ Vektor φ chiziqli operatorning xos vektori deb ataladi.

1- Teorema : Boshqa biror bazisga o'tishda chiziqli operatorning matritsasi albatta o'zgaradi lekin xarakteristik ko'p hadning koeffitsientlari va ildizlari o'zgarmaydi .

2- teorema: Tayin bir xos qiymatga mos keluvchi xos vektorlarning har qanday chiziqli kombinatsiyasi shu xos qiymatga mos keluvchi xos qiymat bo'ladi.

Tarif: $E_n$dagi ixtiyoriy $\vec{x}$ $\vec{y}$ vektorlar uchun

$$\varphi(\vec{x})\,\vec{y} = \vec{x}\,\varphi(\vec{y})$$

tenglik o'rinli bo'lsa φ ni simmetrik operator deb ataymiz .

3-teorema :Chiziqli simmetrik operator har qanday dekart bazisida simmetrik matritsaga egadir.