**37- MAVZU : NORMAL KO’RINISHDAGI KVADRATIK FORMA.MUSBAT ANIQLANGAN KVADRATIK FORMA.ORTOGONAL ALMASHTIRISH YO’LI BILAN KVADRATIK FORMANI KANONIK KO’RINISHGA KELTIRISH.**

REJA:

 1.Normal ko’rinishdagi kvadratik forma.

 2.Musbat aniqlangan kvadratik forma.

 3.Ortogonal almashtirish yo’li bilan kvadratik formani kanonik ko’rinishga keltirish.

**Maqsadi :** Normal ko’rinishdagi kvadratik forma, musbat aniqlangan kvadratik forma xaqida tasavvurlar hosil qilish.

Faraz qilaylik $φ(\vec{x}$, $\vec{x}$ ) kvadratik forma kanonik ko’rinishga keltirilgan bo’lsin ,ya’ni

$φ(\vec{x}$, $\vec{x}$ ) =$a\_{11}x\_{1}^{2}$+$a\_{22}x\_{2}^{2}$+…+$a\_{nn}x\_{n}^{2}  $ (1)

Kvadratik formani kanonik ko’rinishga keltirganimizda uning matritsasi ham o’zgaradi .

rangM=rang$M\_{1}$

 Bunda M berilgan forma matritsasi , $M\_{1}$ esa shu kvadratik formani Kanonik holga keltirgandagi matritsasi . Agar M ning rangi r bo’lsa (r$\leq n)$ $M\_{1}$ ning ham rangi r bo’lib , $M\_{1}$ dioganilida noldan farqli r ta element bo’ladi. Endi $φ(\vec{x}$, $\vec{x}$ ) quyidagi kanonik ko’rinishni oladi:

$φ(\vec{x}$, $\vec{x}$ ) =$a\_{11}x\_{1}^{2}$+$a\_{22}x\_{2}^{2}$+…+$a\_{nn}x\_{n}^{2}$ (2)

Bu kvadratik formadagi $a\_{11}$ koeffitsientlar musbat va manfiy haqiqiy sonlardan iborat bo’lishi mumkin.Faraz qilaylik, shu koeffitsientlardan k tasi musbat,qolganlari manfiy bo’lsin,ya’ni

 $φ(\vec{x}$, $\vec{x}$ )=$b\_{11}x\_{1}^{2}+b\_{22}x\_{2}^{2}$+…+$b\_{kk}x\_{k}^{2}$-$b\_{k+1,k+10}x\_{k+1}^{2}$-…-$b\_{rr}x\_{r}^{2}$

Bunda$  b\_{ij}$>0, i=1,2,…,r . Quyidagi chiziqli almashtirishni bajaramiz :

$x\_{1}$=$\frac{1}{\sqrt{b\_{11}}}$ $y\_{1}$, $x\_{2}$=$\frac{1}{\sqrt{b\_{22}}}$ $y\_{2}$,…, $x\_{r}$=$\frac{1}{\sqrt{b\_{rr}}}$ $y\_{r}$.

Natijada $φ$=$y\_{1}^{2}$+$y\_{2}^{2}$+…+$y\_{k}^{2}-y\_{k+1}^{2}-…-y\_{r}^{2}$(3) kvadratik formaning bunday ko’rinishi uning normal ko’rin $ishi  deyiladi$.

 Teorema: Kvadratik formani qaysi usul bilan kanonik ko’rinishga keltirishdan qatiy nazar uning musbat va manfiy indekslari o’zgarmasdir ,yani bu indekslar kvadratik formaning qaysi bazisda olinishiga bog’liq emas.

Isbot: $φ$ biror bazisda (3) ko’rinishda boshqa $  bazisda  esa $

$               φ$=$z\_{1}^{2}$+$z\_{2}^{2}$+…+$z\_{m}^{2}-z\_{m+1}^{2}-…-z\_{r}^{2} $(4)

 bo’lsin k=m ekanligini isbotlasak maqsadga erishamiz

Endi k$\ne m  $bo’lsin yani k$>m$ .o’zgaruvchilarni almashtirish formulalari quyidagicha bo’ladi

 $z\_{1}=p\_{11}y\_{1}$+$p\_{12}y\_{2}$+…+$p\_{1n}y\_{n}$

 $z\_{2}=p\_{21}y\_{1}$+$p\_{22}y\_{2}$+…+$p\_{2n}y\_{n}$ (5)

 ……………………………………

 $z\_{n}=p\_{n1}y\_{1}$+$p\_{n2}y\_{2}$+…+$p\_{nn}y\_{n}$

 bo’lib bu aynimagan almashtirishdan iborat dedik . (5) qiymatlarini (4) ga qo’ysak , (3) hosil bo’ladi , yani $  z\_{1}$, $z\_{2}$,…, $z\_{n  }$ lar hosil bo’ladi .

Quyidagi yordamchi bir jinsli tenglamalar sistemasini tuzamiz

 $p\_{11}y\_{1}$+$p\_{12}y\_{2}$+…+$p\_{1k}y\_{k}$*=0*

 $p\_{21}y\_{1}$+$p\_{22}y\_{2}$+…+$p\_{2k}y\_{k}$ =0 (6)

 ……………………………………

 $p\_{m1}y\_{1}$+$p\_{m2}y\_{2}$+…+$p\_{mk}y\_{k}=0$

 k$>m    $bo’lgani uchun bu sistemada tenglamalar soni nomalumlar sonidan kamdir demak bu $siste$ma nol bo’lmagan yechimga ega .

 Tarif: $\vec{x}\ne \vec{0}$ holdagi barcha $\vec{x}  $Vektorlar uchun $φ(\vec{x}$, $\vec{x}$ ) kvadratik forma doimo musbat bo’lsa bu kvadratik forma musbat aniqlangan deb ataladi .

Tarif : Agar

$      x\_{1}=b\_{11}z\_{1}$+$b\_{12}z\_{2}$+…+$b\_{1n}z\_{n}$

 $x\_{2}=b\_{21}z\_{1}$+$b\_{22}z\_{2}$+…+$b\_{2n}z\_{n}$

 ……………………………………

 $x\_{n}=b\_{n1}z\_{1}$+$b\_{n2}z\_{2}$+…+$b\_{nn}z\_{n}$

Chiziqli almashtirishda z vector nolga teng emas va unga mos $\vec{x}\ne \vec{0}$ vektorni bog’lovchi $\vec{x}=$r$\vec{  z}$ munosabat o’rinli bo’lsa $\vec{x}  $Vektor $φ$ chiziqli operatorning xos vektori deb ataladi.

1- Teorema : Boshqa biror bazisga o’tishda chiziqli operatorning matritsasi albatta o’zgaradi lekin xarakteristik ko’p hadning koeffitsientlari va ildizlari o’zgarmaydi .

2- teorema: Tayin bir xos qiymatga mos keluvchi xos vektorlarning har qanday chiziqli kombinatsiyasi shu xos qiymatga mos keluvchi xos qiymat bo’ladi.

Tarif: $E\_{n}$dagi ixtiyoriy $\vec{x}      \vec{y}  $ vektorlar uchun

 $φ(\vec{x}$)$ \vec{y}$=$\vec{x} φ(\vec{y}$)$ $

 tenglik o’rinli bo’lsa $φ$ ni simmetrik operator deb ataymiz .

 3-teorema :Chiziqli simmetrik operator har qanday dekart bazisida simmetrik matritsaga egadir.