**33-Mavzu: Affin almashtirishlar. Affin almashtirishlar gruppasi va uning qism gruppalari**

Reja:

1. Affin almashtirishlar
2. Affin almashtirishlar gruppasi
3. Affin almashtirishlar qism gruppasi

***O’quv mashg’ulotining maqsadi:*** Affin almashtirishlar, affin almashtirishlar gruppasi va ularning qism gruppalari haqida to’liq tasavvurini shakllantirish.

Affin almashtirishlar

*Ap* da ikki va  penep berilgan bo’lsin. Bu reperlar yordamida *Ap* ning nuqtalari orasida shunday *f* moslik o’rnatamizki, ixtiyoriy nuqta *B* reperda qanday koordinatalarga ega bo’lsa, uning obrazi *M'* = *f (M)* nuqta *B'* reperda xuddi shunday koordinatalarga ega bo’lsii, ravshanki, bu moslik o’zaro bir qiymatli bo’lib, *Ap* ni o’z-o’ziga o’tkazadi, demak, *f* biror almashtirishdir.

1-ta’rif. Yuqoridagicha aniqlangan *f* almashgirish *An* *ni affin almshtiriish* deb ataladi.

Bu ta’rifdan ko’rinadiki, affin almashtirish bir jufg affin reperlarning berilishi bilan to’la aniqlanadi.

Endi affin almashtirishning qator xossalari bilan tanishaylik.

1°. *f* affin almashtirishda vektor shu fazoning biror 

vektoriga almashadi, chunki IV2 ga asosana desak, *M, N* nuqtalarning obrazlari *f(M) = M', f(N) = N'* bo’lib, bu nuqtalar ham *Ap* ga tegishli bo’lgani uchun ularga mos kelgan avektor bo’ladi.

Xususiy holda, nolь vektor yana nolь vektorga almashadi.

2°. *f* affin almashtirishda  vektorning koordinatalari *V* qanday bo’lsa, unga mos kelgan vektorning ham koordinatalari *V'* da xuddi shu sonlardan iborat bo’ladi.

Bu xossa *f* ning ta’rifi va 1° dan bevosita kelib chiqadi.

3°. *f* affin almashtirishda ikki vektorning yig’indisiga mos kelgan vektor qo’shiluvchi vektorlarga mos kelgan vektorlar yig’indisidan iborat, ya’ni .

Bu xossaning o’rinli ekanligiga ishonch hosil qilish uchun koordinatalar

bilan berilgaa vektorlarni qo’shish qoidasini eslasak *f* ning ta’rifini e’tiborga olsak, kifoyadir.

4°. vektorga mos kelgan vektor vektordir.

Bu ikki 3°, 4° xossadan *f* almashtirishda vektorga vektorning mos kelishi kelib chiqadi, ya’ni *f* da vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi saqlanadi, demak, chiziqli erkli vektorga yana chiziqli erkli vektorlar mos keladi. Bu xossalarni va 4- § dagi ikki affin fazoning izomorfligi ta’rifini e’tiborga olsak, affin almashtirishning quyidagi ikkinchi ta’rifi kelib chiqadi.

2 - t a ‘ r i f. *Ap* fazoning o’z-o’ziga izomorf akslanishi *An* dagi *affin almashtirish* deb ataladi.

3 - t a ‘ r i f. [ *M N* ] kesmani R nuqta  nisbatda bo’lsa ( ya’ni  bo’lsa ), u holda  son *M, N, R* nuqtalarning *oddiy nisbati* deb atalib, uni odatdagidek  ko’rinishda belgilanadi.

Demak,  u holda 4-xossani e’tiborga olsak, affin almashtirishda nuqta berilgan kesmani qanday nisbatda bo’lsa, uning obrazi xam berilgan kesma obrazini shu nisbatda bo’ladi, degan xulosaga kelamiz, demak, affin almashtirishda uch nuqtaning oddiy nisbati saqlanadi.

5°. *f* affin almashtirishda *k* o’lchovli P*k* tekkislik yana *k* o’lchovli  tekislikka almashadi, ya’ni tekislikning o’lchovi *f* uchun invariantdir.

6°. *f* affin almashtirishda parallel tekisliklar yana parallel tekisliklarga o’tadi.

Bu xossa affin almashtirishning o’zaro bir qiymatli ekanligidan kelib chiqadi (buni to’liq isbotlashni o’quvchiga topshiramiz).

35-§. Affin almashtirishlar gruppasi va uning qism gruopalari

Ma’lumki, almashtirishlar to’plamining gruppani hosil qilishi uchun quyidagi ikki shart bajarilishi kerak.

1. SHu to’plamdagi ixtiyoriy ikki almashtirish ko’paytmasi (kompozitsiyasi) yana shu to’plamga tegishli almashtirish;
2. SHu to’plamdagi har bir almashtirishga teskari almashtirish  
   ham shu to’plamga qarashli.

*Ap* ning barcha almashtirishlari to’plamini *A* bilan belgilaylik. Bu to’plam bo’sh bo’lmasdan, balki uning elementlari avvalgi paragrafdagi muhokamamizga asosan cheksiz ko’pdir. *A* to’plamning elementlari yuqoridagi ikki shartni qanoatlantirishini ko’rsatamiz.

Ravshanki, *f* affin almashtirish bo’lsa, u bir juft affin reperlarning berilishi bilan to’la aniqlanadi (affin almashtirish ta’rifiga asosan) va, aksincha.

1. Agar *f* affin almashtirish reperlar bilan aniqlangan  
bo’lib, *g* affin almashtirish  reperlar bilan aniqlansa, u  
holda  reperlar bilan aniqlangan affin almashtirish berilgan affin almashtirishlar ko’paytmasidan iborat:

.

*2. f* affin almashtirish bilan aniqlansa, bilan  
aniqlangan affin almashtirish *f* ning teskarisi *f-1,* ya’ni

.

Demak, *A* to’plam gruppa tashkil qiladi, uni qisqacha *affin gruppa* deb ataladi.

Endi almashtirishlar gruppasining invarianta tushunchasini kiritamiz. *G* biror almashtirish gruppasi bo’lib, *G’* ixtiyoriy figura bo’lsin. *G* ning istalgan almashtirishida *G’* figura biror *G’'* figuraga almashganda *G’* ning *G’'* uchun ham o’rinli bo’lib qoladigan xossalari *G’* ning *G* gruppaga nisbatan *invariantlari* deb ataladi. U holda affin gruppaning invariantlari oldingi paragrafdagi xossalarini e’tiborga olsak quyidagilar bo’ladi:

1. Har qanday affin almashtirishda *k* o’lchovli tekislik yana *k*o’lchovli tekislikka o’tgani uchun tekislikning o’lchovi *A* ga nisbatan  
   invariantdir. *A*
2. Har qanday affin almashtirishda uch nuqtaning oddiy nisbati  
   *A* ga nisbatan invariantdir.
3. Affin almashtirishda parallel tekisliklar yana parallel  
   tekisliklarga o’tgani uchun parallellik munosabati *A* ga nisbatan  
   invariantdir.

Bu tushunchalarga asoslanib affin geometriya nimani o’rganadi degan savolga javob berish mumkin.

Affin geometriya *p* o’lchovli affin fazo figuralarining shunday xossalarini o’rganadiki, bu xossalar affin gruppaga nisbatan invariant bo’ladi (yoki geometriyaning affin almashtirishda figuralarning shu almashtirish gruppasiga nisbatan o’zgarmay qoladigan xossalarini o’rganadigan bo’limi affin geometriya deb ataladi).