32- Mavzu: n – o'lchovli affin fazolarning izomorfligi. k-o'lchovli tekisliklar va ularning o'zaro vaziyatlari

Ma'ruza mashg'ulotlarining rejasi:

1. CHiziqli izomorf akslantirish
2. Vektor vazolar izomorfligi
3. Affin fazolar izomorfligi.
4. N*uqtalar sistemasi chiziqli erkligi*
5. k-o'lchovli tekisliklar .
6. k-o'lchovli tekisliklar xaqida teoremalar.
7. Gipertekisliklar.
8. k-o'lchovli tekisliklar o'zaro vaziyatlari

n – o'lchovli affin fazolarning izomorfligi.

Avvalo ikki vektor fazoning izomorfligi tushunchasiga ta'rif **beramiz.**

Faraz qilaylik, *V*, V' chiziqli fazolar berilgan bo'lsin.

Ta'rif. $\varphi : V \to V'$ akslantirish o'zaro bir qiymatli bo'lib, quyidagi ikki shartni qanoatlantirsa, uni *chiziqli izomorf akslantirish* deb ataladi:

1. $\forall \vec{a}, \vec{b} \in V$ uchun $\phi\left(\vec{a} + \vec{b}\right) = \phi(\vec{a}) + \phi\left(\vec{b}\right)$ bo'lsa, ya'ni V dagi ikki ixtiyoriy vektor yig'indisiga V' da shu vektorlarga mos kelgan vektorlarning yig'indisi mos kelsin.

2. $\forall \vec{a} \in V$ uchun va $\forall \lambda \in R$ uchun $\phi(\lambda \vec{a}) = \lambda \phi(\vec{a})$ bo'lsa, ya'ni V dagi $\vec{a}$ vektorni biror λ songa ko'paytirishdan hosil bo'lgan vektorning obrazi $\vec{a}$ ga V' dan mos kelgan vektorning λ songa ko'paytirishdan hosil bo'lgan vektordan iborat bo'lsin,

Bu ta'rifdai quyidagi natija kelib chiqadi: V bilan V' izomorf bo'lsa, V dagi chiziqli erkli vektorlarga V' da mos kelgan vektorlar xam chiziqli erkli bo'ladi, xususiy holda V ning nolь vektoriga V' ning ham nolь vektori mos keladn.

Teorema**.** Ikki chiziqli fazoning izomorf bo'lishi uchun ularning o'lchovlari teng bo'lishi yetarli va zarurdir.

Xullas, bir xil o'lchovli barcha chiziqli fazolar o'zaro izomorfdir, ya'ni biror chiziqli fazoga taalluqli da'vo (eki tasdiq) shu fazoga izomorf barcha fazolar uchun ham o'rinli bo'ladi.

Ta'rif. Eltuvchi chiziqli fazolari o'zaro izomorf bo'lgan HKKI affin fazo *izomorf* deb ataladi.

Bu ta’rifdan ko’rinadiki, ikki affin fazo o’zaro izomorf bo’lishi uchun ular bir xil o’lchovli bo’lishi zarur va yetarlidir. Bundan esa bir xil o’lchovli barcha affin fazolarning o’zaro izomorfligi kelib chiqadi.

k-o’lchovli tekisliklar va ularning o’zaro vaziyatlari

Affin fazoda $M_0, M_1, M_3, \ldots \ldots M_m$ nuqtalar sistemasi berilgan bo’lsin.

Ta’rif. Agar $\overrightarrow{M_0M_1}, \overrightarrow{M_0M_2}, \ldots\ldots, \overrightarrow{M_0M_m}$ vektorlar sistemasi chiziqli erkli bo’lsa, berilgan *nuqtalar sistemasi chiziqli erkli* deyiladi, aks holda esa berilgan *nuqtalar sistemasi chiziqli bog’liq* deyiladi.

Bu ta’rifdan ko’rinadiki, berilgan nuqtalar sistemasi chiziqli erkli bo’lsa, uning har qanday qismi ham chiziqli erkli bo’ladi, bundan tashqari, SH_1 aksiomaga asosan A_p da p - 1 ta chiziqli erkli nuqtalar mavjud bo’lib, soni p + 1 tadan ko’p bo’lgan har qanday nuqtalar sistemasi chiziqli bog’liq bo’lishi kelib chiqadi.

Xususiy holda ikki nuqtadan tashkil topgan nuqtalar sistemasining chiziqli erkli bo’lishi uchun, ravshanki, ular turli bo’lishi (ustma-ust tushmasligi), uch nuqtadan tashkil topgan nuqtalar sistemasining chiziqli erkli bo’lishi uchun ularning bir to’g’ri chiziqda yotmasligi zarur va yetarlidir.

A_n p o’lchovli affin fazo, uning eltuvchisi V_n vektor fazo hamda A_p ning qism fazosi A_k bo’lib, uning eltuvchisi $V_k \subset V_n$ bo’lsin. A nipg tayin R nuqtasini olaylik.

Ta’rif. A_p fazodagi $\overrightarrow{PN} \in V_k$ shartni qanoatlantiruvchn barcha N nuqtalar to’plami *k o’lchovli tekislik* deb ataladi va P_k deb belgilanadi.

Bu ta’rifdan ko’rinadiki, $V_k \subset \Pi_k$ bo’lib, $P \in \Pi_k$ dir, chunki N = Rbo’lsa, $\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{PP} = \vec{0}$ bo’lib, V_k kism fazo bo’lgani uchun $\vec{0} \in \Pi_k$ dir. R nuqta Π_k ning *boshlang’ich nuqtasi*, V_k esa *uning eltuvchisi* deyiladi.

Xususiy hollarda: 1) k = 0 bo’lsa, u holda P_o tekislik bitta R nuqtadan iborat, demak, A_p dagi har bir nuqta nolь o’lchovli tekislikdir; 2) k= 1 bo’lsa, P_1 bir o’lchovli tekislik bo’lib, biz uni to’g’ri chiziq deb ataganmiz; 3) k = 2 bo’lsa, P_2 ikki o’lchovli tekislik bo’lib, uni biz bevosita tekislik deb ataganmiz; 4) k = p- 1 bo’lsa, II_{n-1} tekislikni, maxsus nom bilan, ya’ni *gipertekislik* deb yuritiladi.

Tekislik ta’rifidan ko’rinadiki, k = p bo’lgan holda A_p ham p o’lchovli tekislik ekan.

1-teorema. P_k tekislikda *(k+1*) ta nuqtadan iborat kamida bitta chiziqli erkli nuqtalar sg'stemasi mavjuddir.

2-teorema. P_k ning ta'rifidagi *R* nuqta alohida ajratilgan nuqta bo'lmasdan, balki P_k dagi barcha nuqtalarning har biri ham shunday xossaga egadir (boshqacha aytganda, *R* nuqta P ning qaeri-

da olinishiga bog'liq emas).

3-teorema. Affin fazodagi har qanday *k* o'lchovli P_k tekislik o'z yo'lida *k* o'lchovli A_k affin fazodir.

4-teorema. A_p da *R* nuqta va $\vec{e}_1, \vec{e}_2, ..., \vec{e}_k \, (k \le n)$ chiziqli erkli vektorlar faqat bitta P_k tekislikni aniqlaydi.

Bu teoremadan quyidagi ikki natija kelib chiqadi.

1-natija. A_n dagi *(k* + 1) ta chiziqli erkli nuqtalar sistemasi faqat bitta *k* o'lchovli tekislikni aniqlaydi.

2-natija. A_n dagi har qanday *n* ta chiziqli erkli nuqtalar sistemasi faqat bitta gipertekislikni aniqlaydi.

Ikki tekislikning o'zaro vaziyati

Ta'rif. A_p dagi ikki tekislik kamida bitta umumiy nuqtaga ega bo'lsa, ular *kesishuvchi tekisliklar* deb ataladi.

Demak, ikki tekislik kesishsa, kesimda nuqta — nol o'lchovli tekislik, to'g'ri chiziq—bir o'lchovli tekislik, ikki o'lchovli tekislik va h. k. lar hosil bo'lishi mumkin.

2- ta'rif. Ikki tekislikning eltuvchi vektor fazolaridan biri ikkinchisining qismi bo'lsa, bu tekisliklar o'zaro *parallel* deb ataladi (bu ta'rifni A_3 dagi ikki to'g'ri chiziqning parallelligi, ikki tekislikning parallelligi ta'riflari bilan taqqoslang).

3-ta'rif. Agar A_p da P_k, P_s tekisliklar kesishmasa hamda parallel bo'lmasa, ular *ayqash tekisliklar* deb ataladi. (A_s dagi ikki ayqash to'g'ri chiziq ta'rifini eslang).

1-teorema. A_p dagi U_k, U_s tekksliklar o'zaro parallel bo'lib, umumiy nuqtaga ega bo'lsa, ulardan biri ikkknchisiga tegishlidir.

Natija. O'lchovlari teng ikki tekislik parallel bo'lib, ka-mida bitta umumiy nuqtaga ega bo'lsa, ular ustma-ust tushadi.