

30-MAVZU: QAVARIQ KO'PYOQLAR UCHUN DEKARD-EYLER TEOREMASI. MUNTAZAM KO'PYOQNING BESHTA TURI MAVJUDLIGI XAQIDAGI TEOREMA. MUNTAZAM KUPYOKLARNING SIMMETRIYA GRUPPASI

Reja :

1. Qavariq ko'pyoqlar.
2. Muntazam qavariq ko'pyoqlar.
3. Eyler teoremasi.

Qavariq ko'pyoqlar

Ta'rif: E_3 nisbatan ichki nuqtalarga ega bo'lgan yopiq qavariq to'plam qavariq jism deb ataladi.

Shar, shar segmenti, prizma va h.k.lar qavariq jismga misol bo'la oladi. M qavariq jism quyidagi xossalarga ega:

1. $A \in \text{int} M, B \in \text{int} M \rightarrow |AB| \in \text{int} M$.
2. $A \in \text{int} M, B \in \text{int} M \rightarrow AB$ kesmaning A dan farqli barcha nuqtalari M ning ichki nuqtalari bo'ladi.
3. $A \in \text{int} M, B \in \text{int} M \rightarrow |AB| \in \text{int}$ yoki AB kesmaning A, B dan boshqa barcha nuqtalari M ning ichki nuqtalari bo'ladi.
4. Agar u to'g'ri chiziq M ning biror nuqtasidan o'tsa, u M ning ko'pi bilan ikkita chegara nuqtasidan o'tadi.
5. Agar P tekislikda M ning ikki nuqtasi bo'lmasa, M ning barcha nuqtasi P bilan aniqlanadigan ikkita yopiq yarim fazodan biriga to'la tegishli bo'ladi.

Qavariq ko'pyoqlarning xossalari

Ta'rif: Agar M qavariq jismning chegarasi chekli sondagi qavariq ko'pburchaklar birlashmasidan iborat bo'lsa, u qavariq ko'pyoq deb ataladi. Barcha qavariq ko'pyoqlar quyidagi ikki xossaga ega:

1. M qavariq ko'pyoqning har bir yog'I bilan aniqlanadigan P tekislikda M ning ichki nuqtasi bo'lmaydi.
2. M qavariq ko'pyoqning har bir yog'I bilan aniqlanadigan P tekislikda aniqlanadigan yopiq yarim fazolardan biriga tegishlidir.

Teorema. Har qanday qavariq ko'pyoq o'zining har bir yog'I bilan aniqlanadigan barcha yarim fazolar kesishmasidan iboratdir.

Muntazam ko'pyoqlar

Ko'pyoqning barcha yoqlari kongruent muntazam ko'pburchaklardan iborat bo'lib, hamma ko'p yoqli burchaklari ham kongruent bo'lsa, u muntazam ko'pyoq deb ataladi. Muntazam ko'pyoq turlari:

1. Muntazam to'rtyoq, odatda muntazam tetraedr deb yuritilib, uning 4 ta yog'I, 4 ta uchi, 6 ta qirrasi bor.
2. Muntazam sakkizyoq, ba'zan oktaedr deb ataladi, uning 8 yog'I, 6 ta uchi va 12 qirrasi bor.
3. Muntazam yigirma yoq, ikosaedr deb atalib, unig 20 ta yog'I, 12 ta uchi, va 30 ta qirrasi bor.
4. Yoqlari muntazam to'rtburchakdan iborat, geksaedr(kub) . Kub 6 ta yoqqa, 8 ta uchga, 12 ta qirraga ega.
5. Dodekaedr, 12 ta yoq, 20 ta uch, 30 ta qirraga ega.

Muntazam ko'pyoq

Har qanday muntazam ko'pyoq yoqlari sonini f , uchlari sonini l , qirralari sonini k bilan belgilasak,

Tetraedr uchun: $f=4, l=4, k=6$; Oktaedr uchun: $f=8, l=6, k=12$;

Geksaedr uchun: $f=6, l=8, k=12$; Ikosaedr uchun: $f=20, l=12, k=30$;

Dodakaedr uchun: $f=12, l=20, k=30$. Bularning hammasi uchun: $f+l-k=2$.

Eyler teoremasi

Eyler teoremasi: Har qanday qavariq ko'pyoqning yoqlari bilan uchlari soning yig'indisi qirralari sonidan ikkita ortiqdir.

Isbot: Biror M qavariq ko'pyoq berilgan bo'lib, uning yoqlari sonini f , uchlari sonini l , qirralari sonini k bilan belgilasak, bu holda $f+l-k=2$. bu vaqtda ikki hol yuz berishi mumkin.