10 – мавзу: To`g`ri burchakli dekart koordinatalar sistemasida to`g`ri chiziq va u bilan bog`liq metrik masalalar.

Режа:

1. Tekislikdagi ikki to’g’ri chiziq orasidagi burchak.
2. Nuqtadan to’g’ri chiziqqacha bo‘lgan masofa

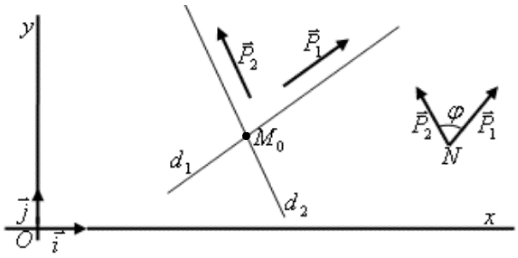
Tekislikdagi ikki to’g’ri chiziq orasidagi burchak.

Tekislikdagi to’g’ri burchakli dekart koordinatalar $(O,\vec{i},\vec{j})$ sistemasi berilgan bo’lsin. Bu koordinatalar sistemasiga nisbatan

d_1 va d_2 to’g’ri chiziq tenglamalari

$d_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0;$

$d_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0.$ (25.1)



45-chizma

bilan berilgan bo’lsin.

d_1 va d_2 to’g’ri chiziqlarning yo’naltiruvchi vektorlari mos ravishda

$\vec{P}_1(-B_1,A_1)$, $\vec{P}_2(-B_2,A_2)$ lardan iborat.

Ta’rif. Ikkita to’gri chiziq orasidagi burchak deb, bu to’g’ri chiziqlarning yo’naltiruvchi vektorlar orasidagi burchakka aytiladi . $\varphi = (\vec{P}_1 \hat{} \vec{P}_2)$ (45-chizma)

$$\vec{P}_1 \cdot \vec{P}_2 = |\vec{P}_1||\vec{P}_2|\cos\varphi. \quad \cos\varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_z^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}} \qquad (25.2)$$

Ikki to’g’ri chiziq orasidagi burchak (25.2) formula bilan hisoblanadi.

Xususiy holda $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow \vec{P}_1 \, 1 \perp \vec{P}_2$

$$A_1A_2 + B_1B_2 = 0. \qquad (25.3)$$

bu shart ikki to’g’ri chiziqning perpendikulyarlik shartidir.

To’g’ri burchak dekart koordinatalar sistemasiga nisbatan d_1 va d_2 to’g’ri chiziqlar o’zlarining burchak koeffitsientli tenglamalari bilan berilgan bo’lsin, ya’ni

$d_1: y = k_1x + b_1;$

$d_2: y = k_2x + b_2.$ (25.4)

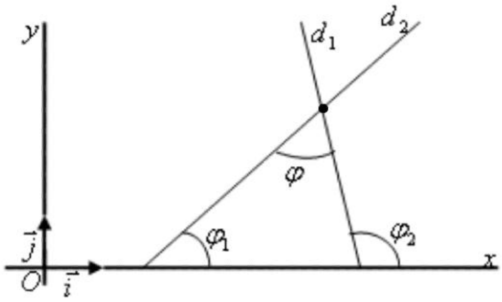
Bu to’g’ri chiziqlar orasidagi burchakni hisoblash formulasini chiqaraylik.

d_1 va d_2 to'g'ri chiziqlarni absissa o'qining musbat yo'nalishi bilan tashkil qilgan burchaklarini mos ravishda φ_1 va φ_2 bilan belgilaymiz (46-chizma), u holda

$k_1 = tg\varphi_1,\ k_2 = tg\varphi_2$ va $(\vec{P}_1 \wedge \vec{P}_2) = \varphi,$

$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

$$tg\varphi = tg(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{tg\varphi_2 - tg\varphi_1}{1 + tg\varphi_1 \cdot tg\varphi_2}$$



46-chizma

bundan

$$tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \qquad (25.6)$$

Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchakni hisoblash formulasi.

$d_1 \perp d_2$ bo'lgan holda $\varphi_2 = \frac{\pi}{2} + \varphi_1$, deyish mumkin. Bundan

$tg\varphi = tg(\varphi_2 - \varphi_1) = -ctg\varphi_1$ yoki

$$k_2 = -\frac{1}{k_1} \Rightarrow k_1 k_2 = -1 \qquad (25.7)$$

(25.7) tenglik d_1, d_2 to'g'ri chiziqlarning perpendikulyarlik sharti. Agar $d_1 || d_2$ bo'lsa $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$ yoki $k_2 - k_1 = 0$

$$k_2 = k_1 \qquad (25.8)$$

bu esa d_1, d_2 to'g'ri chiziqlarning parallellik shartidir.

Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa

Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofani hisoblash formulasini chiqaraylik.

Tekislikdagi d to'g'ri chiziq umumiy tenglamasi

$$d:\ Ax + By + C = 0 \qquad (26.1)$$

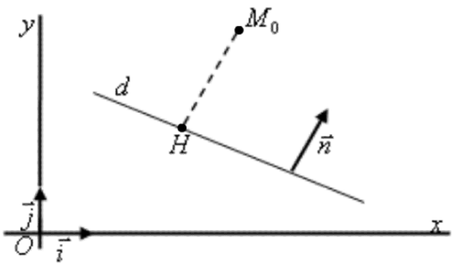
bilan berilgan bo'lsin. $\vec{P}\ (-B,A)$ uning yo'naltiruvchi vektori.

Ta'rif. To'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi vektoriga perpendikulyar har qanday vektorni bu to'g'ri chiziqning normal vektori deyiladi.

$\vec{n}\,(A,B)$ vektor d to'g'ri chiziqning normal vektori bo'ladi. Haqiqatan ham, $\vec{P}$ va $\vec{n}$ vektorlarning skalyar ko'paytmasi:

$\vec{P} \cdot \vec{n} = -BA + AB = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0 H} \perp \vec{P}$.

Demak, to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasidagi *A,B* sonlar shu tartibda olingan shu tenglama bilan aniqlangan to'g'ri chiziq normal vektorining koordinatalarini bildiradi.



47-chizma

(26.1) tenglama bilan aniqlanuvchi *d* to'g'ri chiziq va bu to'g'ri chiziqda yotmaydigan $M_0(x_0,y_0)$ nuqta berilgan bo'lsin. M_0 nuqtadan *d* to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tushuramiz va uning asosini *H* bilan belgilaymiz (47-chizma).

$\overrightarrow{M_0H}$ vektor uzunligini M_0 nuqtadan *d* to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa deyiladi va $\rho\,(M_0,d)$ ko'rinishda yozamiz.

Agar $M_0 \in d$ bo'lsa, $\rho\,(M_0,d)=0$ bo'ladi. $M_0 \notin d$ bo'lsin, u holda $\rho\,(M_0,d)=|\overrightarrow{M_0H}|$.

$\vec{n}$ vektor *d* to'g'ri chiziqning normal vektori bo'lgani uchun $\overrightarrow{M_0H}$ vektorga kollinear.Vektorning skalyar ko'paytmasi ta'rifiga ko'ra

$$\overrightarrow{M_0H}\cdot\vec{n} = |\overrightarrow{M_0H}||\vec{n}|\cos(\overrightarrow{M_0H},\vec{n}) = \rho\,(M_0,d)|\vec{n}|(\pm 1)$$

Shunday qilib,
$$p(M_0,d)=\frac{|\overline{HM_0}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|} \qquad (26.2)$$

H nuqtaning koordinatalari $H(x_1,y_1)$ bo'lsa,

$\overline{HM_0}(x_0-x_1,y_0-y_1)$ $\overline{HM_0}\cdot\vec{n}=A(x_0-x_1)+B(y_0-y_1)=Ax_0+By_0-(Ax_1+By_1)$ u holda

$Ax_1+By_1+C=O$ bundan $C=-(Ax_1+By_1)$

$\overline{HM_0}\cdot\vec{n}= Ax_0 + By_0 + C,$ $|\vec{n}|=\sqrt{A^2+B^2}$ ekanligini e'tiborga olib (26.2) formulani quyidagicha yozamiz.

$$p(M_0,d)=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}} \qquad (26.3)$$

Bu formula berilgan nuqtadan *d* to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofani hisoblash formulasidir.