**Мисоллар**

**1-МИСОЛ**. Агар A={k: k=4n+1, n∈N} бўлса, А тўпламга тегишли бўлган 4 та элементни, тегишли бўлмаган 3 элементни ёзинг

Δ n=1, k=4⋅1+1=5, n=4, k=4⋅4+1=17

n=7, k=4⋅7+1=29, n=10, k=4⋅10+1=41

k=4n+1 ифода 3, 6, 8 га тенг бўладиган n натурал сон мавжуд эмас. Шунинг учун 3, 6, 8∉А, 5, 7, 29, 41∈А.∇

**2-МИСОЛ**. Кўпайтириш амалининг айириш амалига нисбатан дистрибутивлик қонуни ўринли, яъни

(А\В)∩С=(А∩С)\(В∩С) (1)

Δ x∈(A\B)∩C ихтиёрий элемент бўлсин, бундан x∈(A\B) ва x∈С. x∈А\В бўлгани учун айириш амалининг таърифига кўра x∈А ва х∉В. Шундай қилиб x∈А, x∈С демак, x∈А∩С, аммо х∉В∩С. Охирги муносабатлардан x∈(А∩С)\(В∩С), демак

(А\В)∩С⊂(А∩С)\(В∩С). (2)

Энди

(А\В)∩С⊃(А∩С)\(В∩С) (3)

**3-МИСОЛ**. А∩(В\С)=(А∩В)\С муносабатни Эйлер-Виен диаграммалари ёрдамида исботланг.

Берилган муносабатни чап ва ўнг томонида турган тўпламларни Эйлер-Виен диаграммалардаги тасвири

**4-МИСОЛ** A∪(B\C) ⊃ (A∪B)\C муносабат щринли. Берилган тенгликни ўринли эмаслигини қуйидаги Эйлер-Виен диаграмалларидан хам кўриш мумкин (1.3-чизма)

1.2 Қуйидаги тўпламларнинг қайси бири бўш тўплам?

а)

б) B=

в) C=

г)

1.3 а) Агар А бўлса, АВ, АВ ,В\А, А\В, АВ тўпламларни топинг.

б) Агар бўлса, АВ тўпламни топинг.

в) Агар бўлса, АВ, АВ ,В\А, А\В, АВ тўпламларни топинг.

г) тўпламлар устида амалларни бажаринг.

[1;+

\(5;16) ; [3;16]\[5;15]

[3;5]∆[2;7] ; [2;5]△[3;7]

Х универсал тўпламнинг ихтиёрий А,В ва С қисм тўпламлари учун қуйидаги муносабатларни исботланг ва Эйлер –Виен диаграммаларида тасвирланг.

1)

**МИСОЛ**, А Тўпламда аниқланган

бинар муносабатни граф ёрдамида ифодаланг (1.7-чизма)

2 3

6 4 1.7-чизма

**1-МИСОЛ**. А= {1,2,3}, B={a,b} берилган бўлса, A×B, B×A, A×A, B×B ларни топинг:

*A*×B=*{<1:a>,<2;a>;<3;a>,<1;b>, <2;b>, <3;b>};*

*B*×A=*{<a;1>, <b;1>,<a;2>, <b;2>, <a;3>, <b;3> };*

*A×A={<1;1>, <1;2>,<1;3>, <2;1>,}<2;2>, <2;3>, <3;1>, <3;2>, <3;3>}*

*B×B={<a;a>, <a;b>, <b;a>, <b;b>}*

**2-МИСОЛ.** А=[1;3], B=[2;4] лар берилган бўлса, А×В, В×А ларни топинг:

A×B=[1;3] ×[2;4]=*{<a;b>:1≤ a 3, 2≤ b ≤ 4}*

*B*× A=[2;4] × [1;3] = {*<a;b>: 2 ≤ a ≤ 4, 1≤ b ≤ 3}*

**МИСОЛ**: М3 тўпламда τ={<1,2>, <2;2>, <1;3>} ва

σ={<1;1>, <2;2>, <3;1>} бинар муносабатлар аниқланган бўлсин, у холда τ⋅σ={<1;2>; <2;2>; <1;1>},σ⋅τ={<1;2>, <1;3>, <2;2>, <3;2>, <3;3>} бўлади.

2.A={6,8,9} ва B={2,3,4} тўпламларда а∈А, b∈B, a τ b- "a сон b га каррали бўлиш" муносабатидан иборат бўлсин, у ҳолда

τ={<6;2>,<6:3>, <8;2>, <8;4>, <9;3>} ⊂ A×B,

τ-1={<2;6>, <3;6>,<2;8>,<4;8>,<3;9>} ⊂ B×A,

bτ-1 a - " b сон а ни бўлувчиси" муносабати бўлиб,

Dоm τ=A, Im τ=B, Dоm τ-1=B, Im τ-1=A бўлади.

**МИСОЛ**.  ёки a-b=5n, n∈Z. Бу ҳолда τ Z да эквивалентлик муносабати бўлади.

Δ Ҳақиқатан ҳам.



Бу  эквивалентлик муносабати **Z**  тўпламни ўзаро кесишмайдиган қисм тўпламларга ажратади.

Δ Ҳақиқатан ҳам

.

Қуйидаги тўпламларни Декарт координаталар системасида геометрик тасвирини топинг.

1) [0;1][0;1] 2) 3)

4) 5) [1;4] 6)

7) 8)

**Масалалар**

**МИСОЛЛАР**. 1. М - ихтиёрий табиатли элементларнрнинг қандайдир бўш бўлмаган тўплами, А={B:В⊂М} бўлсин. У ҳолда f:A→A акслантиршни ∀(В∈А) f(b)=M\b кўринишда аниқласак, f А тўпламда аниқланган унар амал (оператор) дан иборат бўлади.

2. А 1- мисолдаги тўплам бўлсин. Агар f:A2→A акслантирш

∀(В1,B∈A) f(В1,B2)= В1 ∪ В2 f(В1,B2)= В1∩B2

кўринишда берилса, ҳар иккала ҳолда ҳам f-A тўпламда аниқланган бинар амалдан иборат бўлади.

3. **N** натурал сонлар тўплами, ∀(n∈**N**) тайинланган натурал сон бўсин. У ҳолда f:A2→A акслантириш ∀(m1,m2,...,mn∈**N**) f(m1,m2,...,mn)=

=(m1,m2,...,mn) кўринишда берилса, f - **N** тўпламда аниқланган n-ар амал бўлади. Бу жойда (m1,m2,...,mn),- m1,m2,...,mn натурал сонларнинг энг катта умумий бўлувчиси.

4. Бўлиш амали бутун сонлар системасида аниқланган қисман амалдан иборат.

**МИСОЛЛАР**. 8. Бутун сонлар системасида 0 қўшиш амалига нисбатан, 1 кўпайтириш амалига нисбатан ҳам ўнг ҳам чап нейтрал элементлардир.

9. ∅ тўпламларнинг бирлашмаси амалига нисбатан универсал тўплам Х тўпламнинг кесишмаси амалига нисбатан нейтрал элементлардир.

**МИСОЛЛАР**. 10. Бутун сонларни қўшиш амалига нисбатан а га (-а) симметрик (қарама-қарши) элемент бўлади.

11. Рационал сонларни кўпайтириш амалига нисбатан а≠0 рационал сонга а-1=1/а симметрик (тескари) элемент бўлади.

**МИСОЛ**. 12. Агар В,С∈N, B={2,4,6,...,2n,...}, C={1,3,5,...,2n-1,...} бўлса, В натурал сонларни қўшиш ва кўпайтириш амалларига нисбатан ёпиқ, С эса кўпайтириш амалига нисбатан ёпиқ.

Қуйидаги тўпламларда +, -, , : амалларининг қайси бири алгебраик амал бўлади. Агар алгебраик амал бўлса, улар коммутатив, ассоциатив бўладими?

1) ℕ; 2) 2ℕ=; 3) T= 4) ℤ;

5) ; 6) ℚ; 7) ℝ; 8) ℝ\; 9) ;

10) ; 11) ; 12) ; 13) .

2.2 Агар тўпламларда амал мос равишда қуйидаги Келли жадвали ёрдамида берилган бўлса, уни коммутатив ва ассоциатив эканлигини исботланг.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 3 |
| 0 | 0 | 1 | 3 |
| 1 | 1 | 2 | 0 |
| 2 | 2 | 3 | 1 |
| 3 | 3 | 0 | 2 |

1) 2) 3)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 |
| 0 | 0 | 1 | 2 |
| 1 | 1 | 2 | 0 |
| 2 | 2 | 0 | 1 |

2.3 тўпламда аниқланган қуйидагиларнинг қайси бири амал бўлади? Агар амал бўлса, улар коммутатив ва ассоциатив бўладими?

1) ; 2) ; 3) ;

4) ; 5) ; 6) ;

7) ; 8) 9)

10) .

2.4 тўплам қўшиш ва кўпайтириш амалларига нисбатан ёпиқ бўладими, бу тўпламда қўшиш ва кўпайтириш амалларига нисбатан нейтрал элементлар мавжудми?

Қуйидаги тўпламларни қайси бири алгебраик система бўлади:

1) Z[]=

3)

5)

7)

**Мисоллар**

тенгламани ечинг.

бўлсин, у ҳолда бўлади.

,

Демак, лар берилган тенгламанинг илдизлари бўлади.

ҳисоблансин.

бўлгани учун қуйидагига эга бўламиз:

Алгебраик шаклдаги комплекс сонлар устида амалларни бажаринг.

1 2)

3) 4)

5) 6)

7) 8)

9) 10)

**Мисоллар**

сонни триганометрик шаклда ёзинг.

бўлгани учун

ни ҳисобланг.

ни ҳисоблаш учун ни триганометрик шаклга келтирамиз.

(Шу каби ) .

шу каби

. Демак,

Шу каби ни ҳисоблашни ўқувчига қолдирамиз.

Қуйидаги сонларни триганометрик шаклда ёзинг.

1) 2; 2) -2; 3) 4) 5) 6) 7) 8)

9) 10) 11) 12) 13) ;

14) - ; 15) 16)

Жадвалдан фойдаланиб, фуйидаги комплекс сонларни триганометрик шаклда ёзинг.

1) 2) 3) 4) 5)

1) Агар бўлса, эканлигини исботланг;

**Мисоллар**

x,yR деб фараз қилиб, тенгламадан х ва у ларни топинг.

Булардан келиб чиқади.

Қуйидаги тенгламаларда х ва у ларни ҳақиқий сон ҳисоблаб, уларни топинг.

1) 2)

3) 4)

5) 6)

3. Алгебраик шаклдаги комплекс сонлар устида амалларни бажаринг.

1 2)

3) 4)

5) 6)

7) 8)

9) 10)

4. Бирнинг -даражали илдизларини топинг.

1) =3 2) =4 3) =6 4) =8

**Мисоллар**

**1. МИСОЛЛАР ЕЧИШ.**

Системани ечинг.

ерилган системанинг 1-тенгламасини ҳар икки томонини (-3) га , (-2) га, (-1) га кўпайтириб мос равишда 2-, 3-, 4- тенгламаларига қўшамиз (бу бажарилган элементар алмаштиришларни юқоридагидек схематик тасвирлаймиз) натижада берилган системага тенг кучли бўлган

системага эга бўламиз. Бу системадаги 2- ва 4- тенгламаларнинг ўринларини ўзаро алмаштириб, унга эквивалент бўлган (бу алмаштиришни схематик равишда юқоридагидек белгилаймиз)

Системани ҳосил қиламиз. Схемада кўрсатилган элементар алмаштиришни бажариб,

:3

системага келамиз. Бу системани 3-тенгламасини 3 га, 4- тенгламасини (-3) га қисқартириб (ҳар икки томонини бўлиб) уларнинг ўринларини алмаштириб ёзамиз (схематик белгилашга қаранг)

Охирги системанинг 4- тенгламасидан , нинг бу қийматини системанинг 3- тенгламасига қўйиб ни топамиз, ларни бу қийматларини 2- тенгламага қўйиб ни топамиз, ларни бу топилган қийматларини 1- тенгламага қўйиб ни топамиз. Демак, берилган система ягона , , , ечилмага эга.

2.МИСОЛ Системани ечинг.

Бу системадан ларни топамиз. Демак, берилган система ягона ноль ечилма ( ) га эга .

**МУСТАҚИЛ ИШ УЧУН МИСОЛЛАР.**

1) 2)

3) 4)

5) 6)

7) 8)

**нинг қайси қиймаиларида фуйидаги тенгламалар системалари биргалашган бўлади?**

1) 2)

3) 4)

**Мисоллар**

**1. МИСОЛЛАР ЕЧИШ.**

Системани ечинг.

ерилган системанинг 1-тенгламасини ҳар икки томонини (-3) га , (-2) га, (-1) га кўпайтириб мос равишда 2-, 3-, 4- тенгламаларига қўшамиз (бу бажарилган элементар алмаштиришларни юқоридагидек схематик тасвирлаймиз) натижада берилган системага тенг кучли бўлган

системага эга бўламиз. Бу системадаги 2- ва 4- тенгламаларнинг ўринларини ўзаро алмаштириб, унга эквивалент бўлган (бу алмаштиришни схематик равишда юқоридагидек белгилаймиз)

Системани ҳосил қиламиз. Схемада кўрсатилган элементар алмаштиришни бажариб,

:3

системага келамиз. Бу системани 3-тенгламасини 3 га, 4- тенгламасини (-3) га қисқартириб (ҳар икки томонини бўлиб) уларнинг ўринларини алмаштириб ёзамиз (схематик белгилашга қаранг)

Охирги системанинг 4- тенгламасидан , нинг бу қийматини системанинг 3- тенгламасига қўйиб ни топамиз, ларни бу қийматларини 2- тенгламага қўйиб ни топамиз, ларни бу топилган қийматларини 1- тенгламага қўйиб ни топамиз. Демак, берилган система ягона , , , ечилмага эга.

**МУСТАҚИЛ ИШ УЧУН МИСОЛЛАР.**

**4.1. Қуйидаги тенгламалар системаларини Гаусс усулида ечинг:**

1) 2)

3) 4)

5) 6)

7) 8)

9) 10)

11) 12)

**Мисоллар**

Мисол.

система ечимларининг фундаментал системасини топинг.

Охирги системанинг умумий ечими

бўлади.

сўнгра деб, ларнинг тегишли қийматларини топамиз.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 11 | -5 | 1 | 0 |
| -7 | 3 | 0 | 1 |

Қуйидаги бир жинсли тенгламалар системаси ечимларини топинг.

1. 2)

3) 4)

1. 6)

**Мисоллар**

МИСОЛЛАР. 1. нинг барча элементларини топинг.

Демак , нинг элементлари та экан.

2. 3 - даражали ўринга қўйишларнинг кўпайтмаларини топинг.

Демак, Бундан умумий ҳолда ўринга қўйишларни кўпайтириш коммутативлик хоссосига эга эмас деган ҳулосага келамиз.

3. даги ҳамма жуфт ва тоқ ўринга қўйишларнинг сонларини топинг.

даги тартибсизлик йўқ. да битта тартибсизлик бор. Шу каби да ҳам битта. да иккита тартибсизлик бор. , лар жуфт, лар тоқ ўринга қўйишлар экан.

3-тартибли детерминантни ҳисобланг.

**МУСТАҚИЛ ИШ УЧУН МИСОЛЛАР.**

5.16. Қуйидаги ўринга қўйишларни кўрсатилган тартибда кўпайтиринг:

1) 2)

3) 4)

5) 6)

5.17. Қуйидаги ўринга қўйишларни жуфт ёки тоқлигини аниқланг.

1) 2)

4) 5)

6) 7)

**Мисоллар**

3-тартибли детерминантни ҳисобланг.

Ушбу детерминантни детерминант хоссаларидан фойдаланиб хисоблаймиз:



Қуйидаги детерминантлар ҳисоблансин.

1) ; 3) 4)

5) 6) 7)

8) 9) 10)

11) 12) 13)

14) 15) 16)

17) ; 18) 19)

**Мисоллар**

**Мисоллар. 1**. детерминантни 3- сатри бўйича ёйиб чиқинг.

=

**МУСТАҚИЛ ИШ УЧУН МИСОЛЛАР.**

Қуйдаги детерминантларни мақсадга мувофиқ танлаб олинган сатри (устун) элементлари бўйича ёйиб ҳисоблансин:

1) 2) 3)

4) 5) 6)

7) 8) 9)

**Мисоллар**

1-мисол. матрицага тескари матрицани топинг.

А ва I матрицаларга бир вақтда 1), 2) сатр элементар алмаштиришларини бажариб А ни бирлик матрицага келтирсак, I бирлик матрица матрицага келади. Яъни:

Демак, ҳақиқатан ҳам

**МУСТАҚИЛ ЕЧИШ УЧУН МИСОЛЛАР.**

**5.13. Қуйидаги матрицаларга тескари матрицаларни топинг.**

1) 2) 3)

4) 5) 6)

7) 8) 9)

10) 11) 12)

**Мисоллар**

МИСОЛЛАР: 1., уч ўлчовли векторлар системасининг чизиқли боғланмаган (эркли ) экалиги кўрсатилсин.

лар учун ёки [<> + <> + <>]=<0,0,0> бўлсин. Бундан <>=<0,0,0> бу қуйидаги бир жинсли тенгламалар системасига тенг кучли.

Охирги тенгламалар системасини ечиб, га эга бўламиз. Демак, берилган векторлар системаси чизиқли боғланмаган экан.

Бу система чексиз кўп ноль ечилмаларга эга. Масалан бу ҳолда боғланиш ўринга эга. Демак, векторлар системаси чизиқли боғланган системани ташкил қилади.

**Мисоллар**

МИСОЛЛАР: , векторлар системасидаги чизиқли боғланиш текширилсин.

лар учун ёки [<> + <> + <>]=<0,0,0> бўлсин. Бундан <>=<0,0,0> бу қуйидаги бир жинсли тенгламалар системасига тенг кучли.

Бу система чексиз кўп ноль ечилмаларга эга. Масалан бу ҳолда боғланиш ўринга эга. Демак, векторлар системаси чизиқли боғланган системани ташкил қилади.

Қуйдаги векторлар системасини чизиқли боғланган ёки боғланмаган эканлигини текширинг.

1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9)

**Мисоллар**

МИСОЛ. матрицанинг рангини топинг.

Ечиш.

**МУСТАҚИЛ ИШ УЧУН МИСОЛЛАР.**

**5.8. Қуйидаги матрицаларни рангини топинг.**

1)

1. ; 5) 6)

8)

1. ; 11) 12)

13) ; 14) ; 15) .

Мисол.

система ечимларининг фундаментал системасини топинг.

Ечиш. Берилган системанинг асосий матрицасини рангини топамиз.

R(A)=2 ва

Охирги системанинг умумий ечими

бўлади.

R(A) бўлгани учун 5.8-теоремага асосан берилган биржинсли тенгламалар системаси фундаментал ечимлари 2 та ечимдан иборат бўлади. Уни топиш учун аввал сўнгра деб, ларнинг тегишли қийматларини топамиз.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 11 | -5 | 1 | 0 |
| -7 | 3 | 0 | 1 |

,

векторлар системаси чизиқли эркли, берилган системанинг ихтиёрий ечими системанинг чизиқли комбинацияси шаклида ифодалаш мумкин.

Берилган системанинг ечимлари тўплами

бўлиб, бу вектор фазонинг базиси бўлади.

**Мисоллар**

**1.** 5x4 - x2+6 купхадни x2 +3x+2 купхадга колдикли булинг.

**2.** Куйидаги купхад коеффициентлари йигиндисини топинг:

(x4 - 4x3+2)100.

**3**. Горнер схемасидан фойдаланиб f(1) ни хисобланг: f(x)= x5.

**4.** Куйидаги купхаднинг рационал илдизларини топинг:

х3 - 6x2+15x – 14.

**5-мисол**.  ва  кўпҳодларнинг кўпойтиринг.



**6-мисол**.  кўпҳадни  га бўлишдаги  бўлинмани ва  қолдиқни Горнер схемаси ёрдамида топамиз:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | -3 | 0 | 4 | -5 | 7 |
| 2 | 3 | 9 | 31 | 88 | 271 |

Шундай қилиб, бўлинма

,

Қолдиқ эса

 бўлади.

Горнер усули нафақот кўпҳаднинг илдизларини топишни тезлаштиради, балки унинг қийматини ҳисоблашни оснонлаштиради.

**Мисоллар**

**1-мисол**. 1.  ни  га қолдиқли бўлиш қоидасидан фойдаланиб бўламиз:



Ва демак



Тенгликни ҳосил қиламиз, бу ерда .

**2**-**мисол**.  ни  га қолдиқли бўлинг



Ва демак



Тенгликни ҳосил қиламиз.

**3-мisol .**  ва  кўпҳадларнинг ЭКУБини топиш учун бу кўпҳадларга Евклид алгоритми тузамиз:



ва демак  бўлади.

**4-мисол.** Куйидаги купхадлар учун  тенгликни каноатлантирувчи  купххадлар топилсин.

**5-мисол**. Куйидаги купхад коеффициентлари йигиндисини топинг:

(x4 - 4x3+2)100.

**6-мисол**. Горнер схемасидан фойдаланиб f(1) ни хисобланг: f(x)= x5.

**7-мисол.** Куйидаги кўпхаднинг рационал илдизларини топинг:

х3 - 6x2+15x – 14.

**Мисол**.  да  тўғри касрни оддий касрларга ёйамиз. Бу каср  ва  оддий касрларнинг йиғиндисига ёйилади. Бу йиғиндидан



 ларни топамиз. Бунинг учун тенгликнинг иккала қисмини  касрларнинг умумий махражига кўпойтирсак



Тенглик ҳосил бўлади.  коеффициентларни топамиз, яъни  лар олдидаги lar oldidagi коеффициентларни тенглаштириб,

: 

 ,

: .

Учта  номаълмли учта тенгламалар системасини ҳосил қиламиз ва уни ечиб,



ларни топамиз. Шундай қилиб,



бўлади.