Jism, Maydon

Reja:

- Jism.
- Maydon.
- Maydonning sodda xossalari.
- Butunlik sohasining nisbatlar maydoni
- Maydonlar izomorfizmi.
- Tartiblangan maydon xossalarini isbotlang

33.1-ta’rif. Assosiativ, kommutativ, birlik elementga ega, noldan farqli har bir element teskarilanuvchi bo’lgan va $1 \neq 0$ shart bajariladigan halqa **maydon** deyiladi.

Theorem 10.1.23 *A finite commutative ring R with more than one element and without zero divisors is a field.*

33.2-ta’rif. Maydonning noldan farqli har qanday elementi teskarilanuvchi bo’lgan halqaosti maydonosti deyiladi.

Ta’rifdan ko’rinadiki, har qanday maydonosti o’z navbatida yana maydon bo’lar ekan. Undan tashqari har qanday maydon o’zi-o’zining maydonostisi bo’lib, bu maydonosti xos maydonosti deyiladi. Agar maydonning boshqa maydonostisi bo’lmasa, bunday maydon tub maydon deyiladi.[1]

[1] S.D.Malik, John N.Mordeson, M.K.Sen, Fundamentals of Abstract Algebra. pp. 57-287.

Let $(R', +, \cdot)$ be a subring of the ring $(R, +, \cdot)$. Since $R' \subseteq R$ and since the associativity for $\cdot$ and the distributive laws are inherited, $(R', +, \cdot)$ is itself a ring. We will usually suppress the operations $+$ and $\cdot$ and call R' a subring of R. When R' and R are fields, R' is called a **subfield** of R.

33.3-misol. $Z_2 = \{\bar{0}, \bar{1}\}$ to'plamda qo'shish, ko'paytirish amallari quyidagi jadvallarda berilgan.

$+$	$\bar{0}$	$\bar{1}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{0}$

$\bullet$	$\bar{0}$	$\bar{1}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$

$(Z_2, +, \bullet)$-maydon tub maydon bo'lishi ko'rinib turibdi. Agar a,b elementlar P -maydonning elementlari bo'lib, $b \neq 0$ bo'lsa, ab^{-1} o'rniga $\frac{a}{b}$ deb yozamiz.

33.4-teorema. $(P, +, -, \bullet, 1)$ maydonning ihtiyoriy a, b, c elementlari uchun quyidagi munosabatlar o'rinli.

1°. $0 \cdot a = a \cdot 0 = 0$

2°. Agar $ab = 1$ bo'lsa, u holda $b = a^{-1}$

3°. $c \neq 0$ bo'lib, $ac = bc$ bo'lsa, $a = b$

4°. $ab = 0$ bo'lsa, $a = 0$ yoki $b = 0$

5°. $a \neq 0$ va $b \neq 0$ bo'lsa, $ab \neq a$

6°. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ bo'lsa, $ad=bc$

7°. $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{ad+bc}{bd}$

8°. $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$

9°. $\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$

10°. noldan farqli a,b elementlar uchun $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}=\frac{b}{a}$

11°. $c\neq 0$ element uchun $\frac{a}{b}=\frac{ac}{bc}=\frac{ac^{-1}}{bc^{-1}}$

Isbot.

1°-xossaning isboti: $0\cdot a=(0+0)a=0\cdot a+0\cdot a\Rightarrow 0\cdot a=0$.

2°-xossaning isboti: $ab=1$, u holda 1°-ga asosan $a\neq 0$. Demak, $a^{-1}(ab)=a^{-1}1$ u holda $b=a^{-1}$.

3°-xossaning isboti: $ac=bc$ tenglikni o'ng tomonidan c^{-1} ga ko'paytirsak, $(ac)c^{-1}=(bc)c^{-1}$, ya'ni $a=b$.

4°-xossaning isboti: $ab=0$ $a\neq 0$ bo'lsin. U holda $0\cdot a^{-1}=0=a^{-1}(ab)=(a^{-1}a)b=1\cdot b=0$, ya'ni $b=0$.

5°-xossaning isboti: $a\neq 0$ va $b\neq 0$, $ab=0$ bo'lsin, u holda $0=a^{-1}(ab)=(a^{-1}a)b=1\cdot b=0$. Bu esa $b\neq 0$ sharga zid.

6°-xossaning isboti: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ tenglikning ikkala tomonini bd ga ko'paytirsak $ad=bc$ xosil bo'ladi.

Qolgan xossalarning isbotini mashq sifatida o'quvchilarga qoldiramiz.

33.4-ta'rif. K-butunlik sohasi P-maydonning halqaostisi bo'lsin. P-maydonning ixtiyoriy p elementi uchun R-butunlik sohasining $m.,n$ elementlari topilib, $P=mn^{-1}$ tenglik o'rinli bo'lsa, P-maydon K-butunlik sohasining <u>nisbatlar maydoni</u> deyiladi. p element esa $m.,n$ elementlarning nisbati deb yuritiladi.

33.5-teorema. Har qanday butunlik sohasi uchun izomorfizmgacha aniqlikda yagona nisbatlar maydoni mavjud.

Isbot. K-butunlik sohasi berilgan bo'lsin, K^* orqali odatdagidek, $K\setminus\{0\}$ to'plamni belgilaymiz. $K\times K^*$ to'plamda $\forall(a,b);(c,d)\in K\times K^*$ elementlar uchun $(a,b)+(c,d)=(ad+bc,bd),(a,b)\cdot(c,d)=(ac,bd)$ tengliklar orqali qo'shish va ko'paytirish amallarini aniqlaymiz. $K\times K^*$ to'plamda $((a,b)\sim(c,b))\Leftrightarrow(ad=bc)$ formula bilan aniqlangan ~ - munosabat ekvivalentlik munosabatdir (isbot qiling).

$K\times K^*/\sim$ - faktor to'plamni P- orqali belgilaymiz. P ning ixtiyoriy $[(a,b)],[(c,d)]$ - elementlari uchun $[(a,b)]+[(c,d)]=[(ad+bc,bd)]$; $[(a,b)]\cdot[(c,d)]=[ac,bd]$ tengliklar P da algebraik amallarni aniqlaydi. Haqiqatdan shunday $l\in N$ topilib, $a=1+l=b+l$ 3)-shart bajariladi. Faraz qilaylik $b=k$ uchun 1) 2) 3) shartlardan bittasi bajarilsin. Agar 1)-shart bajarilsa $a=b=k$, bo'lib $b=k+1$ uchun $k+1=a+1$ xosil bo'ladi. Demak, $k+1$uchun 2)-shart bajariladi.

Haqiqatdan $\forall(a_1,b_1)\in[(a,b)]$ $(c_1,d_1)\in[(c,d)]$ bo'lsa, $a_1\cdot b=b_1\cdot a$ va $c_1\cdot d=d_1\cdot c$ bo'ladi. U holda bu tenglamalikni mos ravishda dd_1 va bb_1 larga ko'paytirib hadma-had qo'shsak, $b_1d_1\cdot(ad+bc)=bd(a_1d_1+b_1c_1)$ tenglikka ega bo'lamiz. Demak $(ad+bc,bd)\sim(a_1d_1+b_1c_1,b_1d_1)$.

Shunga o'xshash sinflarni ko'paytirish amali sinflardan olingan vakillarga bog'liq bo'lmasligi ko'rsatiladi. P to'plamda olingan + va $\cdot$ amallariga nisbatan P to'plam maydon hosil qiladi. Haqiqatdan + va $\cdot$ amallari K da kommutativ, assosiativ, ko'paytirish amali, qo'shish amaliga nisbatan distributiv bo'lganligidan R da ham kommutativ assosiativ ko'paytirish amali qo'shish amaliga nisbatan distributiv bo'lishi kelib chiqadi. R da $[(1,1)]$ sinf birlik element, $[(0,1)]$ sinf 0 element bo'ladi. Ular bir-biridan farqli bo'lishi ravshan. $-[(a,b)]=[(-a,b)],[(a,b)]\neq[(0,1)]$ element uchun $[(a,b)]^{-1}=[(a,b]]$ bo'lishini ko'rsatish qiyinchilik tug'dirmaydi. SHunday qilib P-maydon bo'lar ekan.

Endi $\kappa^1=\{[(k,1)]/\forall k\in K\}$ - to'plam P-ning k butunlik sohasiga izomorf bo'lgan xalqaostisi bo'lishini ko'rsatamiz. k^1 to'plam +, $\cdot$ amallariga nisbatan yopiq to'plamdir. Haqiqatan $\forall a_1 b\in k$ uchun $[(a,1)]+[(b,1)]=[(a+b,1)];[(a,1)]\cdot[(b,1)]=[(a,b)],1)]$ k^1 nolning bo'luvchisi yo'q, ya'ni $[(a,1)]\cdot[(b,1)]=[(0,1)]$ bo'lsa, $a\cdot b=0$ bo'lib, $a=0$ yoki $b=0$. U holda $[(a,1)]=[(0,1)]$ yo $[(b,1)]=[(0,1)]$ bo'ladi. $-[a,1]=[(-a,1)],[(1,1)]\in k^1[1,1]-k^1$ ning birlik elementidir. Butunlik sohasi ta'rifining boshqa shartlarining bajarilishi k^1P ning to'plamostisi bo'lishidan kelib chiqadi.

$\varphi:k\to k'$, $\varphi(a)=[(a,1)]$ akslantirish k ni k' ga izomorf akslantirishdir. Haqiqatan φ- biektiv akslantirish bo'lishi φ - ning aniqlashidan bevosita kelib chiqadi, $\forall[(a,1)],[(b,1)]\in k'$ elementlar uchun $\varphi(a+b)=[(a+b,1)]=[(a,1)]+[(b,1)]=\varphi(a)+\varphi(b);$

$$\varphi(a\cdot b)=[(a\cdot b,1)]=[(a,1)]\cdot[(b,1)]=\varphi(a)\cdot\varphi(b).$$

P maydon k' btunlik sohasining nisbatlar maydonidir. Haqiqatan $\forall[(a,b)]\in P$ uchun $[(a,b)]=[(0,1)]\cdot[(1,b)]=[(a,1)]\cdot[(b,1)]^{-1}$.

Shunday qilib, $k\cong k'$ va P maydon k'ning nisbatlar maydonidir. Bu hossamizga yuqoridagi teoremani qo'llasak, k butunlik sohasining P ga izomrf bo'lgan F nisbatlar maydon mavjud bo'lishi kelib chiqadi.

Faraz qilaylik F_1,F_2 - maydonlar k butunlik sohasining ikkita nisbatlar maydoni bo'lsin. U holda $F_1\cong F_2$. Haqiqatdan shunday $\forall a,b\in k$, $b\neq 0$ elementlar topilib, $f_1=a\cdot b^{-1}$, $k-F_1$ning halqaostisi bo'lgani uchun $\forall a,b\in k,\ b\neq 0$ uchun $a\cdot b^{-1}\in F_1$.

F_2 maydon uchun ham yuqoridagi munosabatlar o'rinli bo'lib, $f_2\in F_2$ u shunday $a,b\in k$ topilib, $f_2\in F_2$ uchun shunday $a,b\in k$ topilib, $f_2=a\cdot b^{-1}$ tenglik o'rinli bo'ladi. Bu erda $"\cdot"F_2$ dagi ko'paytirish amali F_1 ga tegishli $a\cdot b^{-1}$ elementni mos qo'yuvchi $\Phi:F_1\to F_2$ akslantirish izomorf akslantirishdir.

33.5-ta'rif. Butun sonlar xalqasining nisbatlar maydoni <u>rasional sonlar maydoni</u> deyiladi.

Rasional sonlar maydoni Q orqali belgilaymiz. Bu maydonning har bir $p\cdot q^{-1}$ elementi $\frac{p}{q}$ orqali belgilanadi.

$z\frac{P}{q}$ o’rniga ba’zan p/q yozuv ishlatiladi.

33.6-teorema. $\forall a,b,c,d,\in Z$ $c>0,\ d>0$ butun sonlar berilgan bo’lib, $a/b,\ c/d$ rasional sonlar uchun $(a/b>c/d)\Leftrightarrow(ad-bc>0)$ formula bilan aniqlanadigan $">"$ munosabat rasional sonlar to’plamidagi tartib munosabatidir.

Isbot. $\forall a,b,c,d\in Z\ c>0,d>0$ butun sonlar berilgan bo’lsin. U holda $a/b>c/d$ bo’lsa, $c/d>a/b$ bo’lishi mumkin emas, chunki aks holda $bc-ad'>0$ bo’lib (1) munosabatga zid. Demak $>$ munosabat antisimmetrik munosabatdir. Bu munosabat tranzitiv munosabat bo’lishini ko’rsatamiz. $a/b>c/d;c/d>m/n$ bo’lsin, u holda $a\cdot d-bc>0$ va $c\cdot n-md>0.$ U holda ma va bn musbat butun sonlar ekanini hisobga olsak, $adn=bcn>0$ va $cnb-mdb>0$ tengizliklar kelib chiqadi. Bularni hadma-had qo’shib, $adn-mdb>0$ yoki $an-m\cdot b>0$ tengsizlikka ega bo’lamiz. U holda $a/b>m/n$. Shunday qilib $">"$ munosabat antisimmetrik va tranzitiv munosabat ekan. Bu munosabat antirefleksiv munosabat bo’lishi ravshan. Demak $">"$ munosabat qat’iy tartib munosabatdir.

33.7-natija. $\forall r_1,r_2\in Q$ rasional sonlar uchun $(r_1\geq r_2)\Leftrightarrow(r_1IOr_2)V(r_1=r_2)$ formula yordamida aniqlangan munosabat noqat’iy tartib munosabatdir.

33.8-ta’rif. $\forall r_1,r_2\in Q$ rasional sonlar uchun $a\geq b$ bo’lsa, $b\leq a$ deyiladi.

33.9-ta’rif. Agar $(F,<)$ algebraik sistema uchun

1) $\forall a,b,c,\in F$ uchun $a<b$ va $b<c$ bo’lsa, $a<c$.

1) $\forall a,b,c,\in F$ uchun $a<b$ yo $b<a$ yoki $a=b$ shartlardan faqat bittasi bajariladi.

SHartlar o'rinli bo'lsa, $[F,<)$ sistema chiziqli tartiblangan sistema deyiladi.

33.10-ta'rif. Q rasional sonlar to'plamida < tartib munosabat chiziqli tartib munosabatdir.

Isbot. Haqiqatdan ihitiyoriy r_1, r_2 lar uchun $r_1<r_2$ yoki $r_2<r_1$ $r_2=r_1$ munosabatlardan faqat bittasi o'rinlidir.

33.11-ta'rif. $(F,+,-,\cdot,1,<)$ algebraik sistema uchun

1) $(F,+,-,\cdot,1,<)$ - algebra maydon;

2) $(F\ <)$ - sistema chiziqli tartiblangan to'plam;

3) $\forall a,b,c\in F$ uchun $a<b$ bo'lsa, $a+c<b+c$ bo'ladi.

4) $\forall a,b,c\in F$ elementlar uchun $a<b$ va $0>c$ bo'lsa, $a\cdot c<bc$ bo'ladi.

Bu shartlar bajarilsa, $(F,+,-,\cdot,1,<)$ algebraik sistema tartiblangan maydon deyiladi. Tartiblangan maydonning $a>0$ elementlari musbat elementlar deyiladi. Odatdagidek $a\le b$ munosabat $(a\le b)\Leftrightarrow((a<b)V(a=b)$ formula bilan aniqlanadi. Agar $a<b$ bo'lsa $b-a>0$ deb yozishni kelishib olamiz.

33.12-misol. $(Q+,-,\cdot,1)$ rasional sonlar maydoni < munosabatga nisbatan tartiblangan maydondir. $(Q,+,-,\cdot,1,<)$ algebraik sistema rasional sonlar sistemasi deyiladi.

33.13-teorema. $(F,+,-,\cdot,1,<)$ tartiblangan maydon quyidagi hossalarga ega:

$1^{\circ}. \forall a,b \in F$ uchun $a < b$ bo'lishi uchun $b - a > 0$ bo'lishi zarur va etarli;

$2^{\circ}. \forall a \in F$ uchun $a < 0,\ 0 < a\ 0 = a$ shartlardan bir vaqtda faqat biri o'rinli;

3°. agar $a \geq 0$ va $b \geq 0$ bo'lsa, u holda $ab \geq 0$ va $a + b \geq 0$ bo'ladi;

4°. $a \leq b$ va $c \leq d$ bo'lsa, $a + c < b + d$;

5°. Agar $a < b$ va $c < 0$ bo'lsa $ac > bc$.

$6^{\circ}. \forall a \in F$ element uchun $a^2 \geq 0$. Xususan $a \neq 0$ bo'lsa, $a^2 > 0$;

$7^{\circ}. \forall n \in N$ uchun $n \cdot 1 > 0$ xususan $1 > 0$;

8°. Tartiblangan maydon butunlik sohasidir.

Isbot: 1°. Tartiblangan maydon ta'rifiga ko'ra $a < b$ bo'lsa, $a + (-a) < b + (a)$ yoki $0 < b - a$ ya'ni $b - a > 0$ bo'ladi.

2°. $(F, <)$ chiziqli tartiblanishdan bevosita kelib chiqadi.

3°. xossa tartiblangan maydon ta'rifining 3-4 shartlaridan bevosita kelib chiqadi. Haqiqatdan $a \geq 0$ va $b \geq 0$ bo'lsa, u holda $a + b \geq 0 + b$ va $a \cdot b$ yoki $a + b \geq 0$, $a \cdot b \geq 0$. Xususan, agar $a > 0$ va $b > 0$, $a \cdot b > 0$ bo'lishi kelib chiqadi.

4°. $a \leq b$ va $c \leq d$ bo'lsa, $a + c \leq b + c$ va $b + c \leq d + b$ yoki $a + c \leq b + b$.

5°. $a < b$ va $c < 0$ bo'lsa, $-c > 0$, u holda $-ac < -bc$ ya'ni $ac - bc > 0$. Demak $ac > bc$.

6°. $a \neq 0$ bo'lsin. U holda $a > 0$ yoki $0 > a$ shartlardan faqat biri bajariladi. Agar $a > 0$ bo'lsa, u holda 3°-ga ko'ra $(-a)^2 > 0$ yoki $a^2 > 0$ bo'ladi. Agar $a = 0$ bo'lsa, $a^2 = 0$ bo'ladi. Demak $\forall a \in F$ uchun $a^2 \geq 0$.

7°. Maydonda $1 \neq 0$ bo'lgani uchun $1^2 > 0$ yo $1 > 0$, u holda $n \cdot 1 = 1 + 1 + ... + 1 = n \cdot > 0$.

8°. - hossa maydonning bevosita ta'rifidan kelib chiqadi.

33.14-ta'rif. Tartiblangan maydonning ixtiyoriy elementi uchun.

$|a| = \begin{cases} a_1 \text{ агар} - a > 0 \\ -a_1 \text{ агар } a < 0 \\ 0_1 \text{ агар } a = 0 \end{cases}$ tenglik bilan aniqlanadigan $|a|$ - element a ning – absolyut qiymati yoki moduli deyiladi.

33.15-teorema. $(F, +, -, \cdot, 1, <)$ tartiblangan maydonning $\forall a, b$ elementlari uchun quyidagi munosabatlar o'rinli:

1°. $|a| = |-a|$.

2°. $|a| \geq a$ va $|a| \geq -a$;

3°. $|a + b| \leq |a| + |b|$;

4°. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

5°. $|b| > 0$.

6°.$\forall a \in F$, $a^2 \geq 0$ element uchun $|b| < a$ bo'lishi uchun $-a < b < a$ bo'lishi zarur va etarli.

$\forall a, b, c, F,\ a > 0$ elementlar uchun $|b| > a$ bo'lishi uchun $b > a$ yoki $b < -a$ bo'lishi zarur va etarli.

Isbot: 1°, 2°, 5° - xossalar absolyut qiymat ta'rifidan bevosita kelib chiqadi.

3° Agar $|a+b| = a+b$ bo'lsa, 2° - hossaga asosan $|a| \geq a\ |b| \geq b$ bu tengsizliklarni hadma-had qo'shsak, $|a|+|b| \geq a+b$ $\ |a|+|b| \geq |a+b|$ hosil bo'ladi.

4°, 6° - hossalarning isboti o'quvchilarga mashq sifatida qoldiriladi.

33.16-ta'rif. Tartiblangan maydonning ixtiyoriy musbat a, b elementlari uchun shunday n - natural son mavjud bo'lib $n \cdot a > b$ shart bajarilsa, bu maydon Arximedcha tartiblangan maydon deyiladi.

Bundan buyog'iga chalkashlik tug'dirmaydigan hollarda, $(F, +, -, \cdot, 1 ><)$ tartiblangan maydon berilgan degan gapni ishlatishni kelishib olamiz.

33.17-ta'rif. Elementlari F -tartiblangan maydonga tegishli bo'lgan $a_1, \ldots, a_n$ elementlardan tuzilgan $a_1, \ldots\ldots a_n \ldots$.(1) ketma-ketlik va $a \in F$ element berilgan bo'lsin. Agar F ga tegishli $\forall \varepsilon > 0$ element uchun shunday $n_0 \in N$ natural son topilib, barcha $k > n_0$ natural sonlar uchun $|a_k - a| < \varepsilon$ shart bajarilsa, a element (1) ketma-ketlikning limiti deyiladi. F -maydonda limitga ega bo'lgan ketma-ketlik yaqinlashuvchi ketma-ketlik deyiladi.

33.18-ta'rif. Elementlari F - tartiblangan maydondan olingan $a_1, \ldots a_n$ ketma-ketlik berilgan bo'lsin. F - maydonning ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ elementi uchun shunday n_0 natural son topilib, har qanday n_0 dan katta bo'lgan m, k natural sonlar uchun

$|a_m - a_k| < \varepsilon$ shart bajarilsa, u holda bunday ketma-ketlik fundamental ketma-ketlik deyiladi.

33.19-ta'rif. F tartiblangan maydondagi har qanday fundamental ketma-ketlik shu maydonda yaqinlashuvchi bo'lsa, bunday maydon to'liq deyiladi.

33.20-ta'rif. Arximedcha turtiblangan rasional sonlar sistemasini o'z ichiga olgan eng kichik to'liq maydon haqiqiy sonlar sistemasi deyiladi.

Agar $([R,+,-,\cdot,<)$ agebraik sistema, xaqiqiy sonlar sistemasi bo'lsa, $([R,+,-,\cdot)$ - maydon xaqiqiy sonlar maydoni, $[R$ - to'plam – haqiqiy sonlar to'plami deyiladi.

Endi xaqiqiy sonlar maydonini ko'rib chiqamiz.

$a_0, a_1, ..., a_n.....$ hadlari rasional sonlardan iborat ketma-ketlikni qisqalik uchun (a_n) orqali belgilaymiz.

Hadlari rasional sonlardan iborat barcha (a_n) ketma-ketliklar to'plami Q^N da quyida $+\cdot-$ amallarni kiritamiz:

$$(a_n) + (b_n) = (a_n + b_n) \quad , \quad -(a_n) = (-a_n) \;\; (a_k)\cdot(b_k) = (a_k \cdot b_k).$$

Hamma elementlari 1dan iborat (1) ketma-ketlikni 1 orqali belgilaymiz.

Q^N - to'plamdagi barcha fundamental ketma-ketliklar to'plamini P orqali belgilaymiz.

$(P+,-,\cdot,1)$ - algebra birlik elementga ega bo'lgan kommutativ halqa bo'lishi bevosita tekshiriladi.

P – to'plamda (a_n) v (b_n) ketma-ketliklar limitlari teng bo'lsa, ular teng kuchli deyiladi va $(a_n) \cong (b_n)$ deb belgilanadi.

$\equiv$ munosabat P to'plamda ekvivalentlik munosabatidir.

Agar shunday n_0 natural son va $\varepsilon > 0$ element topilib, barcha $k > n_0$ natural sonlar uchun $b_k - a_k \geq \varepsilon$ shart bajarilsa, $(a_k) < (b_k)$ deymiz.

R to'plamda $\equiv$ munosabat $+,-,\cdot$ amallari va $<$ - munosabatga nisbatan kongruensiyadir. U holda $P/\equiv$ faktor to'plamda $[(a_n)]+[(b_n)]=[(a_n+b_n)]$;

$[(a_n)]\cdot[(b_n)]=[(a_n \cdot b_n)]$; $-[(a_n)]=[(-a_n)]$ tengliklar orqali $\cdot,+,-$ amallarni aniqlash mumkin.

1 orqali $[(1)]$ ketma-ketlikni belgilaymiz.

$(a_n)<(b_n)$ bo'lsa, $[(a_n)]<[(b_n)]$ deymiz. $(P/\equiv,+,\cdot,-,1,<)$ sistema rasional sonlar sistemasini qamrab olgan eng kichik arximedcha tartiblangan to'liq maydon ya'ni haqiqy sonlar sistemasidir.

Takrorlash uchun savollar:

1. Maydon tushunchasiga ta'rif bering.
2. Maydonning soda xossalarini ayting.
3. Butunlik sohasining nisbatlar maydonini tuzing.
4. Maydonlar izomorfizmiga misol keltiring.
5. Rasional sonlar maydonida tartib munosabatini aniqlang.

6. Tartiblangan maydon xossalarini isbotlang.
7. To'liq maydon nima?

Foydalaniladigan adabiyotlar ro'yxati

Asosiy adabiyotlar:

1. Malik D.S., Mordeson J.N., Sen M.K. Fundamental of abstract algebra. WCB McGrew-Hill, 1997.
2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" 2010.
3. Кострикин А.М. Введение в алгебру.- М.- «Мир».- 1977.
4. Под ред. Кострикина, Сборник задач по алгебре, М.Наука, 1986.
5. Хожиев Ж.Х. Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Ўзбекистон», 2001 й.
6. Курош А.Г. Олий алгебра курси, Тошкент, «Ўқитувчи». 1975й.
7. Гельфанд И.М. Чизиқли алгебрадан лекциялар. «Олий ва ўрта мактаб». 1964.
8. Р.Н.Назаров, Б.Т. Тошпўлатов, А.Д.Дусумбетов, Алгебра ва сонлар назарияси 1 қисм, 2 қисм, 1993й., 1995й.
9. A.Yunusov , D.Yunusova , Algebra va sonlar nazariyasi. Modul texnologiyasi asosida tuzilgan musol va mashqlar to'plami. O'quv qo'llanma. 2009.

Qo'shimcha adabiyotlar:

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре, М., "Наука"1984г.

2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре, М.: Наука, 1977 г.

3. Поскуряков И.Л. Сборник задач по линейной алгебре. «Наука», 1978г.

4. Ламбек И. Кольца и модули.- М.- «Мир».- 1971.

5. Херстейн. Некоммутативные кольца. М.- «Мир».- 1967.

6. Vilnis Detlovs, Karlis Podnieks, Introduction to Mathematical Logic. University of Latvia. Version released: August 25, 2014.

7. А.Юнусов , Д.Юнусова, М.Маматқулова, Г.Артикова, Модул технологияси асосида тайёрланган мустақил ишлар тўплами. 1−3−қисмлар, 2010.

8. Скорняков Л.Ф. Элементи обшей алгебри. М., 1983 г.

9. Петрова В.Т. лексия по алгебре и геометрии. Ч.1,2. Москва,1999г.

10. Yunusov A.S. Matematik mantiq va algoritmlar nazariyasi elementlari. T., “Yangi asr avlodi”. 2006.

11. Yunusov A., Yunusova D. Sonli sistemalar. T., «Moliya−iqtisod», 2008.

12. Мазуров В.Д. и др. Краткий конспект курса висшей алгебри.

Elektron ta’lim resurslari

1. www.Ziyo.Net
2. http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/
3. http://www.allmath.ru/
4. http://www.pedagog.uz/
5. http://www.ziyonet.uz/

6. http://window.edu.ru/window/

7. http://lib.mexmat.ru;

8. http://www.mcce.ru,

9. http://lib.mexmat.ru

10. http://techlibrary.ru;