Evklid vektor fazolar. Evklid fazolar izomorfizmi

Reja:

- Evklid vector fazo.
- Vektorningnormasi.
- Vektornormasiningxossalari.
- Evklidfazolariningortonormallanganbazisi.
- Evklidfazolarizomorfizmi.

V_2fazodaberilganikkita $\bar{a}$ va $\bar{b}$ vektorlarningskalyarko'paytmasi

$$(\bar{a},\bar{b}) = |\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\cos(\bar{a}\wedge\bar{b}) \qquad (1)$$

formulaorqalianiqlanadi. (1) formuladan

$$\cos(\bar{a}\wedge\bar{b}) = \frac{(\bar{a},\bar{b})}{|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|} \qquad (2)$$

topiladi. Bunda $(\bar{a}\wedge\bar{b})$belgi $\bar{a}$ va $\bar{b}$ vektorlarorasidagiburchaknibildiradi.

30.1-Ta'rif. Haqiqiysonlarmaydoniustidaaniqlangan V unitarfazogaEvklidfazosideyiladi.

Evklidfazoni E orqalibelgilaylik.

Buta'rifgako'rabiror V fazoEvklidfazosibo'lishiuchununingelementlariustidaquyidagishartlarbajarilishilozim:

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.259-272.

1) $(\bar{x},\bar{y})=(\bar{y},\bar{x}) \quad (\forall \bar{x},\bar{y}\in V)$;

2) $(\bar{x},\bar{y}+\bar{z})=(\bar{x},\bar{y})+(\bar{x},\bar{z}) \quad (\forall \bar{x},\bar{y},\bar{z}\in V)$;

3) $(\lambda\bar{x},\bar{y})=\lambda(\bar{x},\bar{y}) \quad (\forall \bar{x},\bar{y}\in V, \ \forall\lambda\in R)$;

4) $(\bar{x},\bar{x})>0 \quad (\forall \bar{x}\in V, \ \ \bar{\mathrm{x}}\neq\bar{0}), \qquad (\bar{x},\bar{x})=0 \quad (\bar{x}\in V, \ \ \bar{\mathrm{x}}=\bar{0})$.

1–4-aksiomalar $(\bar{x},\bar{y})$ skalyarko'paytmaning har birtashkiletuvchilarigako'rachiziqliekanliginibildiradi.[1]

6.4.1. Definition. *Let A be a vector space over* $\mathbb{R}$. *We say that A is a Euclidean space if there is a mapping* $\langle , \rangle : A \times A \longrightarrow \mathbb{R}$ *satisfying the following properties:*

(E 1) $\langle x+y, z\rangle = \langle x, z\rangle + \langle y, z\rangle$;
(E 2) $\langle \alpha x, z\rangle = \alpha\langle x, z\rangle$;
(E 3) $\langle x, y\rangle = \langle y, x\rangle$;
(E 4) *if* $x \neq 0_A$, *then* $\langle x, x\rangle > 0$.

Also $\langle x, y\rangle$ *is called the scalar or inner product of the elements* $x, y \in A$.

30.2-Ta'rif. $+\sqrt{(\bar{a},\bar{a})}$ miqdor $\bar{a}\in V$ vektorningnormasi (uzunligi) deyiladiva $\|\bar{a}\|$ orqalibelgilanadi.

[1] Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya.Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.259-272.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.259-272.

6.4.4. Definition. *Let A be a Euclidean space over* $\mathbb{R}$ *and let x be an element of A. The number* $+\sqrt{\langle x, x\rangle}$ *is called the norm (or the length) of x and will be denoted by* $\|x\|$.

We note that $\|x\| \geq 0$ and $\|x\| = 0$ if and only if $x = 0_A$. If α is an arbitrary real number, we have

$$\|\alpha x\| = \sqrt{\langle \alpha x, \alpha x\rangle} = \sqrt{\alpha^2\langle x, x\rangle} = |\alpha|\sqrt{\langle x, x\rangle} = |\alpha|\,\|x\| .$$

30.3-Ta'rif. Agar $\|a\| = 1$ bo'lsa, $\bar{a}$ normallanganvektordeyiladi.

Agar $\bar{a}$, $\bar{b}$ - Evklidfazosiningixtiyoriyvektorlariva $\lambda \in R$ uchunvektorningnormasiquyidagixossalargaega:

1^0. $\|\bar{a}\| \geq 0$ $(\|\bar{a}\| = 0 <=> \bar{a} = \bar{0})$;

2^0. $\|\lambda\bar{a}\| = |\lambda|\ \|\bar{a}\|$;

3^0. $|(\bar{a}, \bar{b})| \leq \|\bar{a}\| \cdot \|\bar{b}\|$ (Koshi – Bunyakovskiytengsizligi);

4^0. $\|\bar{a} + \bar{b}\| \leq \|\bar{a}\| + \|\bar{b}\|$ (uchburchaktengsizligi).

6.4.5. Proposition *(The Cauchy–Bunyakovsky–Schwarz Inequality). Let A be a Euclidean space and let x, y be arbitrary elements of A. Then,* $|\langle x, y\rangle| \leq \|x\|\,\|y\|$ *and* $|\langle x, y\rangle| = \|x\|\,\|y\|$ *if and only if x, y are linearly dependent.*

6.4.6. Corollary *(The Triangle Inequality). Let A be a Euclidean space and let x, y be arbitrary elements of A. Then* $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$, *and* $\|x + y\| = \|x\| + \|y\|$ *if and only if* $y = \lambda x$ *where* $\lambda \geq 0$.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.259-272.

30.4-Ta’rif. Evklidfazosiningharbirinormallangan

$\bar{a}_1, \bar{a}_2, ..., \bar{a}_n$ (3)

ortogonalvektorlarsistemasigaortonormallanganvektorlarsistemasideyiladi.

30.5-Ta’rif. Agar (3) sistemabazistashkiletsa, ungaEvklidfazosiningortonormallanganbazisideyiladi.

30.6-Misol. $\bar{e}_1 = (1,0,0), \quad \bar{e}_2 = (0,1,0), \quad \bar{e}_3 = (0,0,1)$ ucho’lchovliEvklidfazosiningortonormallanganbazisibo’ladi. Haqiqatan,

$(\bar{e}_1, \bar{e}_2) = 0, \ (\bar{e}_1, \bar{e}_3) = 0, \ (\bar{e}_2, \bar{e}_3) = 0; \ \|\bar{e}_1\| = 1, \ \|\bar{e}_2\| = 1, \ \|\bar{e}_3\| = 1$bo’ladi.

Demak, $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ sistema E fazoningbazisiekan.

30.7-Teorema. Cheklio’lchovliEvklidfazosiningistalganbazisiniortonormallashmumkin.

6.4.3. Proposition. *Let A be a Euclidean space and let $\{a_1, \dots, a_m\}$ be an orthogonal subset of nonzero elements. Then $\{a_1, \dots, a_m\}$ is linearly independent.*

Isboti. $\bar{a}_1, \bar{a}_2, ..., \bar{a}_n$ vektorlarsistemasi n o’lchovli E_nEvklidfazoningbazisibo’lsin. Bizgama’lumki $\bar{a}_1, \bar{a}_2, ..., \bar{a}_n$ bazisnihammavaqtortogonallashmumkin. Ortogonalbazisdagi har birvektornio’znormasigabo’lib, quyidagisistemanihosilqilamiz:

$$\frac{\bar{a}_1}{\|\bar{a}_1\|}, \ \frac{\bar{a}_2}{\|\bar{a}_2\|}, ..., \ \frac{\bar{a}_n}{\|\bar{a}_n\|} \qquad (4)$$

$V_n$fazoEvklidfazosibo’lganiuchun $\bar{e}_i = \dfrac{\bar{a}_i}{\|\bar{a}_i\|}$ ва $\bar{e}_j = \dfrac{\bar{a}_j}{\|\bar{a}_j\|}$ vektorlaruchun

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “ALGEBRA AND NUMBER THEORY” pp.259-272.

$$(\bar{e}_i, \bar{e}_j) = \begin{cases} 1, & \text{агар} \quad i = j \quad \text{булса}, \\ 0, & \text{агар} \quad i \neq j \quad \text{булса}, \end{cases} \qquad (5)$$

tenglikbajariladi. Demak, (4) sistemaortonormallangansistemaekan.

Takrorlashuchunsavollar:

1. Evklidfazo deb nimagaaytiladi?
2. Vektorningnormasi deb nimagaaytiladi?
3. Vektornormasiningxossalarinibayonqiling.
4. Normallanganvektordebnimagaaytiladi?
5. Ortonormallanganbazis deb nimagaaytiladi?

Foydalaniladigan adabiyotlar ro'yxati

Asosiy adabiyotlar:

1. MalikD.S., MordesonJ.N., SenM.K. Fundamentalofabstractalgebra. WCB McGrew-Hill, 1997.
2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" 2010.

3. Кострикин А.М. Введение в алгебру.- М.- «Мир».- 1977.
4. Под ред. Кострикина, Сборник задач по алгебре, М.Наука, 1986.
5. Хожиев Ж.Х. Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Ўзбекистон», 2001 й.
6. Курош А.Г. Олий алгебра курси, Тошкент, «Ўқитувчи». 1975й.
7. Гельфанд И.М. Чизиқлиалгебраданлекциялар. «Олийваўртамактаб». 1964.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.259-272.

8. Р.Н.Назаров, Б.Т. Тошпўлатов, А.Д.Дусумбетов, Алгебра ва сонлар назарияси 1 қисм, 2 қисм, 1993й., 1995й.
9. A.Yunusov , D.Yunusova , Algebra va sonlar nazariyasi. Modultexnologiyasiasosidatuzilganmusolvamashqlarto'plami. O'quvqo'llanma. 2009.

Qo'shimcha adabiyotlar:

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре, М., "Наука"1984г.

2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре, М.: Наука, 1977 г.

3. Поскуряков И.Л. Сборник задач по линейной алгебре. «Наука», 1978г.

4. Ламбек И. Кольца и модули.- М.- «Мир».- 1971.

5. Херстейн. Некоммутативные кольца. М.- «Мир».- 1967.

6. VilnisDetlovs,KarlisPodnieks,Introduction to MathematicalLogic. University of Latvia. Version released: August 25, 2014.

7. А.Юнусов , Д.Юнусова, М.Маматқулова, Г.Артикова, Модул технологияси асосида тайёрланган мустақил ишлар тўплами. 1−3−қисмлар, 2010.

8. Скорняков Л.Ф. Элементи обшей алгебри. М., 1983 г.

9. Петрова В.Т. лексия по алгебре и геометрии. Ч.1,2. Москва,1999г.

10. YunusovA.S. Matematikmantiqvaalgoritmlarnazariyasielementlari. T., "Yangiasravlodi". 2006.

11. YunusovA., YunusovaD. Sonlisistemalar. T., «Moliya−iqtisod», 2008.

12. Мазуров В.Д. и др. Краткий конспект курса висшейалгебри.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.259-272.

Elektron ta’lim resurslari

1. www.Ziyo.Net
2. http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/
3. http://www.allmath.ru/
4. http://www.pedagog.uz/
5. http://www.ziyonet.uz/
6. http://window.edu.ru/window/
7. http://lib.mexmat.ru;
8. http://www.mcce.ru,
9. http://lib.mexmat.ru
10. http://techlibrary.ru;

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “ALGEBRA AND NUMBER THEORY” pp.259-272.