Skalyar ko'paytmali vektor fazolar. Vektorlarning ortoganalsistemasi.

Ortogonallash jarayoni.

Reja:

- Ortogonalvektorlar.
- Ortogonalvektorlarsistemasi.
- Ortogonalbazis.
- Ortogonalvektorlarsistemasi.
- Ortogonallashjarayoni.

29.1-Ta'rif. Agar V fazoning har birjuft $\overline{x}$ va $\overline{y}$ elementlarigaularningskalyarko'paytmasidebataluvchiyagona $(\overline{x},\ \overline{y})$ haqiqiysonmosqo'yilib, bumoslikuchun

1) $(\overline{x},\ \overline{y}) = (\overline{y},\ \overline{x})$;

2) $(\overline{x}+\overline{y},\ \ \overline{z}) = (\overline{x},\ \ \overline{z}) + (\overline{y},\ \ \overline{z})$;

3) $(\lambda\overline{x},\ \overline{y}) = \lambda(\overline{x},\ \overline{y}),\quad \forall\lambda \in \mathrm{R}$;

4) $(\overline{x},\ \ \overline{x}) \geq 0$

aksiomalarbajarilsa, u holda V vektorlarfazosigaskalyarko'paytmalifazodeyiladi.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.146-159.

4.1.5. Proposition. *Let F be a field and let A be a vector space over F. Then, for all $a, b \in A$ and all $\alpha, \beta \in F$,*

(i) $0_F \cdot a = 0_A$ *and* $\alpha 0_A = 0_A$*;*

(ii) $\alpha(-a) = (-\alpha)a = -\alpha a$*;*

(iii) $\alpha(a - b) = \alpha a - \alpha b$ *and* $(\alpha - \beta)a = \alpha a - \beta a$.

Yuqoridagiaksiomalardanskalyarko'paytmaningquyidagixossalarikelibchiqadi :

1^0. $(\overline{x}, \overline{y}+\overline{z}) = (\overline{y}+\overline{z}, \overline{x}) = (\overline{y}, \overline{x}) + (\overline{z}, \overline{x}) = (\overline{x}, \overline{y}) + (\overline{x}, \overline{z})$;

2^0. $(\overline{x}, \lambda \overline{y}) = (\lambda \overline{y}, \overline{x}) = \lambda(\overline{y}, \overline{x}) = \lambda(\overline{x}, \overline{y})$.

29.2-Ta'rif. Agar V fazoningistalgan $\overline{x} \neq \overline{0}$ vektoriuchun $(\overline{x}, \overline{x}) \neq \overline{0}$ bo'lsa, V fazodaaniqlanganskalyarko'paytmaxosmasskalyarko'paytmadeyiladi.[1]

4.1.1. Definition. *Let M and Ω be sets. We define an action (or outer operation or scalar multiplication) of Ω on M if there is a mapping*

$$\clubsuit : \Omega \times M \longrightarrow M.$$

This means that for every ordered pair (σ, a), where $\sigma \in \Omega$, $a \in M$, there corresponds a uniquely defined element $\clubsuit(\sigma, a)$ of M. The element $\clubsuit(\sigma, a)$ is called the composition of the elements σ and a.

29.3-Ta'rif. Agar V fazoningistalgan $\overline{x}$ va $\overline{y}$ vektorlariuchun $(\overline{x}, \overline{y}) = 0$ bo'lsa, V fazodaaniqlanganskalyarko'paytmanolskalyarko'paytmadeyiladi.

Bizbundankeyinfaqatginaxosmasskalyarko'paytmagaegabo'lganfazolarbilangi nashug'ullanamiz.

---

[1]Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya.Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.146-159.

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.146-159.

29.4-Ta'rif. Agar V fazoningistalgan $\overline{x} \neq \overline{0}$ vektoriuchun $(\overline{x}, \overline{x}) > 0$ bo'lsa, bundayfazogaunitarfazodeyiladi.

29.5-Ta'rif. Agar unitarfazoningikkita $\overline{x}$ va $\overline{y}$ vektorlariuchun $(\overline{x}, \overline{y}) = 0$ bo'lsa, u holda $\overline{x}$ va $\overline{y}$ vektorlarortogonalvektorlardeyiladi.

29.6-Ta'rif. Agar V fazoning

$$\overline{a}_1, \overline{a}_2, \dots, \overline{a}_n \qquad (1)$$

vektorlarsistemasiningistalganikkitaelementio'zaroortogonalbo'lsa, u holda (1) sistemaortogonalvektorlarsistemasideyiladi.

29.7-Teorema. Agar V xosmasskalyarko'paytmalivektorfazobo'lsa, u holda V fazoningnolmasvektorlaridantuzilganortogonalvektorlarsistemasichiziqlierklibo'ladi.

29.8-Ta'rif. Agar ortogonalvektorlarsistemasiqaralayotganfazoningbazisibo'lsa, bundaysistemaortogonalbazisdeyiladi.

Misol. $\overline{e}_1 = (1,0,0), \quad \overline{e}_2 = (0,1,0), \quad \overline{e}_3 = (0,0,1)$ sistema R^3fazoningortogonlbazisibo'ladi.

R maydonustidaaniqlangan$V_n$fazoningixtiyoriy

$$\overline{g}_1, \overline{g}_2, \dots, \overline{g}_n \qquad (1)$$

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.146-159.

bazisigaasoslanib, $\bar{e}_1, \bar{e}_2, ..., \bar{e}_n$ (2)

ortogonalbazisnituzishjarayonibilantanishamiz. Bu erda (1) dan(2) nihosilqilishjarayoniortogonallashjarayonideyilib, u quyidagidaniborat: $\bar{e}_1 = \bar{g}_1$ deb olamiz, $\bar{g}_1 \neq 0$ bo'lganiuchun $\bar{e}_1 \neq \bar{0}$ bo'ladi. Endi $\bar{e}_2$ ni $\bar{e}_2 = \bar{g}_2 + \alpha \bar{g}_1 = \bar{g}_2 + \alpha \bar{e}_1$ shakldaolib, α sonnishundayaniqlaylikki, natijada $(\overline{e_1}, \overline{e_2}) = 0$, ya'ni

$$(\bar{e}_1, \bar{e}_2) = (\bar{e}_1, \bar{g}_2 + \alpha \bar{e}_1) = (\bar{e}_1, \bar{g}_2) + \alpha (\bar{e}_1, \bar{e}_1) = 0 \qquad (3)$$

bo'lsin. $\bar{g}_1 = \bar{e}_1 \neq \bar{0}$ va $\bar{g}_2 \neq \bar{0}$ bo'lganiuchun $\bar{e}_2 \neq \bar{0}$ bo'ladi. (6) tenglikdan

$$\alpha = -\frac{(\bar{e}_1, \bar{g}_2)}{(\bar{e}_1, \bar{e}_1)}$$

topiladi.

Endi $\bar{e}_3$ ni $\bar{e}_3 = \bar{g}_3 + \gamma \bar{e}_2 + \beta \bar{e}_1$ shakldaolib, β va γ larnishundaytanlaylikki, natijada $(\bar{e}_1, \bar{e}_3) = 0$ va $(\bar{e}_2, \bar{e}_3) = 0$ bo'lsin, ya'ni

$$(\bar{e}_1, \bar{g}_3 + \gamma \bar{e}_2 + \beta \bar{e}_1) = 0, \qquad (4)$$

$$(\bar{e}_2, \bar{g}_3 + \gamma \bar{e}_2 + \beta \bar{e}_1) = 0, \qquad (5)$$

tengliklarbajarilsin. (4) va (5) tengliklardan

$$(\bar{e}_1, \bar{g}_3) + \gamma (\bar{e}_1, \bar{e}_2) + \beta (\bar{e}_1, \bar{e}_1) = 0,$$

$$(\bar{e}_2, \bar{g}_3) + \gamma (\bar{e}_2, \bar{e}_2) + \beta (\bar{e}_2, \bar{e}_1) = 0$$

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.146-159.

hosilbo'lib, bunda $(\overline{e}_1,\overline{e}_2)=(\overline{e}_2,\overline{e}_1)=0$ ekanliginie'tiborgaolsak,

$$\beta=-\frac{(\overline{e}_1,\overline{g}_3)}{(\overline{e}_1,\overline{e}_1)} \text{ va } \gamma=-\frac{(\overline{e}_2,\overline{g}_3)}{(\overline{e}_2,\overline{e}_2)}$$ lar kelibchiqadi.

Shu jarayonnioxirigachadavomettirib, ortogonalbazisgakelamiz. Bu bazisquyidagivektorlardantuzilganbo'ladi:

$$\overline{e}_1=\overline{g}_1,\quad \overline{e}_2=\overline{g}_2-\frac{(\overline{e}_1,\overline{g}_2)}{(\overline{e}_1,\overline{e}_1)}\cdot\overline{e}_1 ,$$

$$\overline{e}_3=\overline{g}_3-\frac{(\overline{e}_2,\overline{g}_3)}{(\overline{e}_2,\overline{e}_2)}\cdot\overline{e}_2-\frac{(\overline{e}_1,\overline{g}_3)}{(\overline{e}_1,\overline{e}_1)}\overline{e}_1,\ldots ,$$

$$\overline{e}_n=\overline{g}_n-\sum_{i=1}^{n-1}\frac{(\overline{e}_i,\overline{g}_n)}{(\overline{e}_i,\overline{e}_i)}\cdot\overline{e}_i .$$

Takrorlashuchunsavollar:

1. Skalyarko'paytmaningxossalarinibayoneting.
2. Skalyarko'paytmalivektorfazo deb nimagaaytiladi?
3. Xosmasskalyarko'paytma deb nimagaaytiladi?
4. Nolskalyarko'paytma deb nimagaaytiladi?
5. Unitarfazo deb nimagaaytiladi?
6. Ortogonalvektorlardebnimagaaytiladi?
7. Ortogonalvektorlarsistemasidebnimagaaytiladi?
8. Ortogonalbazis deb nimagaaytiladi?
9. Ortogonalvektorlardebnimagaaytiladi?
10. Ortogonalvektorlarsistemasidebnimagaaytiladi?

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.146-159.

11. Ortogonalbazis deb nimagaaytiladi?
12. Ortogonalvektorlarsistemasihaqidagiteoremanibayonqiling.
13. Ortogonallashjarayoninibayonqiling.

Foydalaniladigan adabiyotlar ro'yxati

Asosiy adabiyotlar:

1. MalikD.S., MordesonJ.N., SenM.K. Fundamentalofabstractalgebra. WCB McGrew-Hill, 1997.
2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “ALGEBRA AND NUMBER THEORY” 2010.
3. Кострикин А.М. Введение в алгебру.- М.- «Мир».- 1977.
4. Под ред. Кострикина, Сборник задач по алгебре, М.Наука, 1986.
5. Хожиев Ж.Х. Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Ўзбекистон», 2001 й.
6. Курош А.Г. Олий алгебра курси, Тошкент, «Ўқитувчи». 1975й.
7. Гельфанд И.М. Чизиқлиалгебраданлекциялар. «Олийваўртамактаб». 1964.
8. Р.Н.Назаров, Б.Т. Тошпўлатов, А.Д.Дусумбетов, Алгебра ва сонлар назарияси 1 қисм, 2 қисм, 1993й., 1995й.
9. A.Yunusov , D.Yunusova , Algebra va sonlar nazariyasi. Modultexnologiyasiasosidatuzilganmusolvamashqlarto'plami. O'quvqo'llanma. 2009.

Qo'shimcha adabiyotlar:

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “ALGEBRA AND NUMBER THEORY” pp.146-159.

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре, М., “Наука”1984г.

2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре, М.: Наука, 1977 г.

3. Поскуряков И.Л. Сборник задач по линейной алгебре. «Наука», 1978г.

4. Ламбек И. Кольца и модули.- М.- «Мир».- 1971.

5. Херстейн. Некоммутативные кольца. М.- «Мир».- 1967.

6. VilnisDetlovs,KarlisPodnieks,Introduction to MathematicalLogic. University of Latvia. Version released: August 25, 2014.

7. А.Юнусов , Д.Юнусова, М.Маматқулова, Г.Артикова, Модул технологияси асосида тайёрланган мустақил ишлар тўплами. 1−3−қисмлар, 2010.

8. Скорняков Л.Ф. Элементи обшей алгебри. М., 1983 г.

9. Петрова В.Т. лексия по алгебре и геометрии. Ч.1,2. Москва,1999г.

10. YunusovA.S. Matematikmantiqvaalgoritmlarnazariyasielementlari. T., “Yangiasravlodi”. 2006.

11. YunusovA., YunusovaD. Sonlisistemalar. T., «Moliya−iqtisod», 2008.

12. Мазуров В.Д. и др. Краткий конспект курса висшейалгебри.

Elektron ta’lim resurslari

1. www.Ziyo.Net
2. http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/
3. http://www.allmath.ru/
4. http://www.pedagog.uz/
5. http://www.ziyonet.uz/

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “ALGEBRA AND NUMBER THEORY” pp.146-159.

6. http://window.edu.ru/window/

7. http://lib.mexmat.ru;

8. http://www.mcce.ru,

9. http://lib.mexmat.ru

10. http://techlibrary.ru;

*Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, "ALGEBRA AND NUMBER THEORY" pp.146-159.