Teskari matritsa

Reja:

- Teskarilanuvchi matritsa.
- Teskari matritsani ta'rif asosida topish.
- Elementar matrtsa.
- Elementar matritsalar xossalari.

$F = < F; +, \cdot, -, ^{-1}, 0, 1 >$ maydon va maydon ustida matritsalar to'plami berilgan bo'lsin.

21.1-ta'rif. Shunday X va A n-tartibli kvadrat matritsalar berilgan bo'lib, ular uchun XA = AX = E (E – n-tartibli birlik matritsa) shart bajarilsa, u holda X matritsaga A matritsaga teskari matritsa deyiladi va A^{-1} ko'rinishda belgilanadi.

Teskari matritsaga ega matritsa teskarilanuvchi matritsa deyiladi.

Teskari matritsani topishning umumiy yo'lini ko'rib chiqamiz.

Ta'rifga ko'ra : AX = E $\Rightarrow \sum_{k=1}^{n} a_{ik} \cdot x_{kj} = e_{ij}$, i=(1,n), j=(1,n), bu yerda $i \neq j$ bo'lsa, $e_{ij} = 0$ va $i = j$ bo'lsa, $e_{ij} = 1$ bo'ladi.

Natijada quyidagi tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$\begin{cases} a_{11}x_{1j} + a_{12}x_{2j} + ... + a_{1n}x_{nj} = 0 \\ .... \\ a_{j1}x_{1j} + a_{j2}x_{2j} + ... + a_{jn}x_{nj} = 1 \\ .... \\ a_{n1}x_{1j} + a_{n2}x_{2j} + ... + a_{nn}x_{nj} = 0 \end{cases} ,$$

CHTSni yechib X matritsani topamiz.

21.1-misol. A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ matritsa berilgan bo'lsa, A^{-1} ni toping.

Yechish. AX = E, ya'ni tenglikdan CHTSni tuzamiz va uni yechamiz:

$$\begin{cases} a_{11}x_{11} + a_{12}x_{21} = e_{11} = 1 \\ a_{11}x_{12} + a_{12}x_{22} = e_{12} = 0 \\ a_{21}x_{11} + a_{22}x_{21} = e_{21} = 0 \\ a_{21}x_{12} + a_{22}x_{22} = e_{22} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{11} + 2x_{21} = 1 \\ x_{12} + 2x_{22} = 0 \\ 3x_{11} + 4x_{21} = 0 \\ 3x_{12} + 4x_{22} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{11} = -2 \\ x_{12} = 1 \\ x_{21} = 3/2 \\ x_{22} = -1/2 \end{cases}$$

Demak, $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix}$.

21.1-teorema. Agar berilgan kvadrat matritsa teskarilanuvchi bo'lsa, u holda unga teskari matritsa yagonadir.

F maydon ustida olingan teskarilanuvchi n-tartibli kvadrat matritsalar to'plamini $GL(n,F)$ ko'rinishda belgilaymiz.

21.2-teorema. $< GL(n,F);\cdot,^{-1} >$ algebra gruppa bo'ladi.

Haqiqatdan ham, $GL(n,F)$ to'plam elementlari kvadrat matritsalar bo'lganligi sababli har qanday ikkita kvadrat matritsani ko'paytirish natijasida yana shu tartibli kvadrat matritsa hosil bo'ladi. Demak, $GL(n,F)$ to'plamda ko'paytirish amali aniqlangan. Ko’paytirish amali assotsiativ, ya’ni $A^{n\times n}\cdot(B^{n\times n}\cdot C^{n\times n})=(A^{n\times n}\cdot B^{n\times n})\cdot C^{n\times n}$.

Ko’paytirish amaliga nisbatan birlik element vazifasini n-tartibli birlik matritsa o’taydi va nihoyat, $GL(n,F)$ to’plam teskarilanuvchi matritsalar to’plami bo’lganligi sababli, uning har bir noldan farqli kvadrat matritsasiga teskari matritsa shu to’plamda mavjud.

Demak, $<GL(n,F);\cdot,^{-1}>$ algebra multiplikativ gruppa tashkil etadi.

21.3-teorema. Har qanday sondagi teskarilanuvchi matritsalar ko’paytmasi, yana teskarilanuvchi matritsa bo’ladi.

21.4-teorema. Teskari matritsalar quyidagi xossalarga ega:

1) $(A^{-1})^{-1} = A$;
2) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
3) $(A^{T})^{-1} = (A^{-1})^{T}$.

21.2-ta’rif. Birlik matritsadan quyidagi elementar almashtirishlarning biri yordamida hosil qilingan matritsaga elementar matritsa deyiladi:

1) birlik matritsa satri (ustuni)ni noldan farqli skalarga ko’paytirish.

2) birlik matritsa biror bir satri (ustuni) ga noldan farqli skalyarga ko’paytirilgan satr (ustun)ni qo’shish yoki ayirish.

E birlik matritsada bajarilgan φ satr elementar almashtirish 1) yoki 2) ko’rinishdagi elementar almashtirish bo’lsa, u holda hosil bo’lgan elementar matritsani E_{φ} ko’rinishda belgilaymiz.

21.2-misol. Quyidagi matritsalar ikkinchi tartibli elementar matritsalar:

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \lambda & 1 \end{pmatrix}$. Bu yerda λ-noldan farqli ixtiyoriy skalyar.

21.5-teorema. Har qanday elementar matritsa teskarilanuvchi. Elementar matritsaga teskari matritsa, elementar.

21.6-teorema. Elementar matritsalar ko'paytmasi elementar.

21.7-teorema. Agar B matritsa A matritsani $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ elementar almashtirishlar yordamida hosil qilingan bo'lsa, u holda $B = E_{\varphi_n} \cdot E_{\varphi_{n-1}} \cdots E_{\varphi_1} A$.

Takrorlash uchun savollar:

1. Teskarilanuvchi matritsa deb qanday matritsaga aytiladi?
2. Elementar matritsaga ta'rif bering.
3. Elementar matritsalar xossalarini ayting.
4. Teskari matritsani ta'rif asosida topish jarayonini bayon qiling.

Foydalaniladigan adabiyotlar ro'yxati

Asosiy adabiyotlar:

1. Malik D.S., Mordeson J.N., Sen M.K. Fundamental of abstract algebra. WCB McGrew-Hill, 1997.

2. Martyn R. Dixon, Leonid A. Kurdachenko, Igor Ya. Subbotin, “ALGEBRA AND NUMBER THEORY” 2010.
3. Кострикин А.М. Введение в алгебру.- М.- «Мир».- 1977.
4. Под ред. Кострикина, Сборник задач по алгебре, М.Наука, 1986.
5. Хожиев Ж.Х. Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, «Ўзбекистон», 2001 й.
6. Курош А.Г. Олий алгебра курси, Тошкент, «Ўқитувчи». 1975й.
7. Гельфанд И.М. Чизиқли алгебрадан лекциялар. «Олий ва ўрта мактаб». 1964.
8. Р.Н.Назаров, Б.Т. Тошпўлатов, А.Д.Дусумбетов, Алгебра ва сонлар назарияси 1 қисм, 2 қисм, 1993й., 1995й.
9. A.Yunusov , D.Yunusova , Algebra va sonlar nazariyasi. Modul texnologiyasi asosida tuzilgan musol va mashqlar to’plami. O’quv qo’llanma. 2009.

Qo’shimcha adabiyotlar:

1. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре, М., “Наука”1984г.
2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре, М.: Наука, 1977 г.
3. Поскуряков И.Л. Сборник задач по линейной алгебре. «Наука», 1978г.
4. Ламбек И. Кольца и модули.- М.- «Мир».- 1971.
5. Херстейн. Некоммутативные кольца. М.- «Мир».- 1967.
6. Vilnis Detlovs, Karlis Podnieks, Introduction to Mathematical Logic. University of Latvia. Version released: August 25, 2014.

7. А.Юнусов , Д.Юнусова, М.Маматқулова, Г.Артикова, Модул технологияси асосида тайёрланган мустақил ишлар тўплами. 1−3−қисмлар, 2010.
8. Скорняков Л.Ф. Элементи обшей алгебри. М., 1983 г.
9. Петрова В.Т. лексия по алгебре и геометрии. Ч.1,2. Москва,1999г.
10. Yunusov A.S. Matematik mantiq va algoritmlar nazariyasi elementlari. T., “Yangi asr avlodi”. 2006.
11. Yunusov A., Yunusova D. Sonli sistemalar. T., «Moliya−iqtisod», 2008.
12. Мазуров В.Д. и др. Краткий конспект курса висшей алгебри.

Elektron ta’lim resurslari

1. www.Ziyo.Net
2. http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/
3. http://www.allmath.ru/
4. http://www.pedagog.uz/
5. http://www.ziyonet.uz/
6. http://window.edu.ru/window/
7. http://lib.mexmat.ru;
8. http://www.mcce.ru,
9. http://lib.mexmat.ru
10. http://techlibrary.ru;